ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 FÉVRIER 1937.

PRÉSIDENCE DE M. EMMANUEL LECLAINCHE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le Président s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

L'Académie vient de perdre un de ses Associés étrangers en la personne de LEONARDO TORRES QUEVEDO, mort à Madrid le 18 décembre dernier.

Né à Santa Cruz de Santander, le 28 décembre 1852, ingénieur au corps des Ponts et Chaussées en Espagne, membre de l'Académie des Sciences de Madrid, Torres avait été élu Correspondant de l'Académie en 1920, dans la Section de Mécanique. En 1927, il avait été désigné pour occuper une place d'Associé étranger.

L'œuvre scientifique de Torres a un caractère très particulier en ce qu'elle comporte à la fois une haute culture scientifique et une étour dissante ingéniosité dans la réalisation des conceptions mécaniques les plus originales.

Ce sont les machines à calculer qui sollicitent tout d'abord son attention. Il substitue aux machines classiques utilisant les chiffres, qu'il qualifie d'arithmétiques, des appareils opérant sur des traits, suivant les principes de la nomographie. Ces machines dites algébriques sont réalisées mécaniquement avec une perfection telle qu'elles permettent de traduire une relation analytique, ou même un système quelconque de relations analytiques simultanées. Cette découverte fait l'objet d'un mémoire analysé par Paul Appell devant l'Académie en 1901 et inséré dans le Recueil des Savants étrangers. En 1916, Torres obtenait le prix de Parville sur un nouveau rapport très élogieux d'Appell.

Par une combinaison judicieuse d'arithmophores et de fusées sans fin, il donne la solution générale du problème de l'obtention mécanique des racines réelles d'équations algébriques de degré quelconque et il montre qu'il est possible de déterminer, aussi par un procédé mécanique, les modules et les arguments des racines imaginaires de ces équations. Il montre enfin que l'on peut, toujours par une opération purement mécanique, obtenir toute intégrale particulière d'une équation différentielle quelconque répondant à des conditions initiales données.

Encouragé dans cette voie par le succès des machines arithmétiques, Torres s'attaque à la construction d'un calculateur purement automatique, analogue à la machine analytique que Babbage avait conçue et qu'il n'eut pas le temps d'achever. Il utilise dans ce but les ressources de l'électromécanique et il prouve par le fait « qu'il est toujours possible de construire un automate dont tous les actes dépendent de circonstances plus ou moins nombreuses, suivant des règles que l'on peut imposer arbitrairement au moment de la construction ».

Il construit un joueur d'échecs automatique, qui, dans une fin de partie supposée, cherche à faire échec et mat au roi que manœuvre son partenaire. Il joue impeccablement et, si l'adversaire commet une infraction à la règle, l'automate l'en avertit en allumant une lampe électrique. A la seconde récidive, l'automate refuse de continuer et il arrête le mécanisme. « Cet appareil », écrit notre confrère M. d'Ocagne dans une étude qui a fourni tous les éléments de cette notice, « confond l'imagination; il procède d'une conception que l'on peut qualifier de géniale et elle ne relève d'aucun précédent. »

En 1903, Torres apportait à Paris l'idée du télékine, destiné à obtenir la commande par les ondes hertziennes. Son premier appareil, construit au Laboratoire de mécanique de la Faculté des Sciences, fut présenté à l'Académie dans sa séance du 3 août. Après une mise au point, il pouvait faire évoluer d'un poste fixe à terre un bateau navigant en rade de Bilbao. On sait que cette idée fut reprise par nombre de chercheurs, en vue de divers buts, sans que des solutions définitives paraissent avoir été apportées. Torres entrevoyait l'application de son télékine à la manœuvre d'un dirigeable à enveloppe souple ne comportant dans sa construction aucune pièce rigide, mais dont la rigidité était assurée par une savante disposition de liens intérieurs travaillant tous à l'extension. Les dirigeables Astra-Torres suscitèrent des espérances qui s'évanouirent devant les rapides progrès de l'aviation.

Les éblouissantes réalisations mécaniques de Torres firent passer au second plan ses travaux d'ingénieur éminent. On ne peut négliger cependant son transbordeur funiculaire, constitué par des câbles dont la tension est maintenue constante en toutes circonstances et même en cas de rupture de l'un d'eux. Le système fut appliqué par lui à Saint-Sébastien et sur le Niagara.

Torres partageait son affection entre son pays et la France. Il nous apporta ses principales découvertes et il se mit à la disposition de notre Gouvernement en des heures difficiles. Si son œuvre de savant lui vaut notre haute estime, son attitude envers notre pays lui assure notre reconnaissance.

Nous adressons à sa famille l'hommage de nos regrets et de notre vive sympathie.

M. le Secrétaire perpétuel dépose sur le bureau une brochure contenant les allocutions prononcées au Jubilé scientifique de M. Hadamard, le 7 janvier 1936.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — Présentation d'un film sur les mitochondries dans les cellules végétales. Note de MM. Alexandre Guilliehmond, Fernand Obaton et Roger Gautheret.

Plusieurs films sur les mitochondries ont été déjà réalisés dans les cellules animales (Canti, Lewis, Chambers), mais, à notre connaissance, le film que nous présentons ici est la première tentative faite, dans cette voie, sur les cellules végétales. Ce film a été obtenu en format 16^{mm}.

Nous avons opéré sur quelques cellules que l'un de nous avait signalées comme particulièrement favorables à l'observation vitale [cellules épidermique des écailles bulbaires d'Allium Cepa, des pièces du périanthe de Tulipe (Duc de Tholl) et les filaments du Saprolegnia dioica]. Les lambeaux d'épidermes ont été montés dans le liquide de Ringer et le Saprolegnia dans son liquide de culture (solution de peptone à 1 pour 100).

Rappelons sommairement que les cellules des Végétaux chlorophylliens se distinguent des cellules animales et de celles des Champignons par la présence d'une catégorie supplémentaire de mitochondries, *les plastes*, différents des autres par leur pouvoir de former de la chlorophylle, des pigments carotinoïdes et de l'amidon. Cette distinction est cependant

toute théorique en ce qui concerne les Phanérogames dans lesquelles il est le plus souvent impossible de reconnaître les plastes des mitochondries ordinaires, chaque fois que les premiers sont à l'état de repos fonctionnel. Mais elle s'impose si l'on envisage l'évolution des plastes dans la plupart

des Algues et des Bryophytes.

A. Les cellules épidermiques d'Allium Cepa montrent dans notre film deux catégories d'éléments figurés dans le cytoplasme homogène : 1° des mitochondries sous forme de bâtonnets, de fuseaux, d'haltères ou de filaments onduleux (chondriocontes), d'une réfringence légèrement plus élevée que celle du cytoplasme; 2º de petits grains parfaitement sphériques et d'une très forte réfringence, qui sont de simples granulations lipidiques. Le cytoplasme présente des courants (cyclose) que le cinématographe a accéléré du double. Les granulations lipidiques et les mitochondries sont les unes et les autres entraînées par les courants, mais d'une manière tout à fait différente. Les premières sont animées d'un mouvement très rapide : on les voit parfois se rencontrer et se repousser. Les mitochondries beaucoup plus adhérentes au cytoplasme se déplacent moins vite et d'une manière irrégulière, se contournant comme des vermicules; au cours de leur déplacement, elles modifient constamment leur forme, ce qui semble indiquer qu'elles sont constituées par une substance visqueuse et très plastique. Quelques-unes se divisent au cours de leur déplacement. On ne peut distinguer parmi elles les plastes des mitochondries ordinaires. Il est intéressant de signaler que le noyau apparaît toujours structuré : il donne l'impression d'être formé par un réseau peu réfringent à mailles extrêmement serrées; son contour est irrégulier, lobé; au centre on apercoit le nucléole. Un passage de notre film montre des cellules montées dans le réactifiodo-ioduré: cela permet de constater que les mitochondries y sont conservées sans la moindre altération et prennent une teinte brune plus foncée que le cytoplasme qui les rend beaucoup plus apparentes.

B. Les cellules de l'épiderme des pièces du périanthe de Tulipe que nous avons filmées à différentes cadences appartiennent à deux variétés : l'une à fleurs jaunes, l'autre à fleurs rouges. Elles renferment une énorme vacuole occupant presque toute la cellule; le cytoplasme est réduit à une mince zone pariétale dans laquelle se trouvent les mitochondries et le noyau occupe un des côtés de la cellule. Une vue prise à un faible grossissement d'un lambeau d'épiderme de la variété rouge montre que la plupart des cellules renferment, à l'état de solution plus ou moins concentrée, un pigment anthocyanique rouge; dans les cellules de la variété jaune, ce pigment

est remplacé par un composé oxyflavonique qui peut être mis en évidence par certains réactifs. La couleur jaune de cette variété est due à un pigment carotinoïde fixé sur de longs chondriocontes correspondant à des plastes (chromoplastes). Ce pigment rend ces éléments beaucoup plus distincts que dans les autres cellules. On observe, en outre, dans le cytoplasme quelques petites granulations lipidiques et dans presque toutes cellules une énorme inclusion de même nature. Quant aux autres mitochondries, elles ne sont pas visibles. Le noyau montre la même structure que dans les cellules d'Allium Cepa. Le cytoplasme de ces cellules est généralement dépourvu de circulation; cependant dans une de nos vues on aperçoit de lents déplacements des granulations lipidiques.

Les chondriocontes s'altèrent très facilement lorsqu'on monte les lambeaux d'épiderme dans l'eau distillée : ils présentent l'altération classique des mitochondries appelée cavulation qui se traduit par leur transformation en vésicules. Ce phénomène est cependant très difficile à enregistrer. Sa vitesse est, en effet, en relation directe avec la teneur plus ou moins élevée d'anthocyane ou de composés oxyflavoniques des vacuoles, sans qu'il nous ait été possible d'en préciser la cause. Dans les cellules dépourvues de ces produits, il est tellement rapide qu'il est impossible de le cinématographier. Dans les cellules très riches en anthocyane ou en composés oxyflavoniques, il ne se produit que très lentement et ne commence qu'au bout d'une demi-heure pour se poursuivre très lentement et ne s'achever qu'au bout de trois heures ou plus. Ce n'est donc que dans ces cellules que nous avons pu réussir à le cinématographier après de nombreux échecs. Le mouvement dans cette partie a été accéléré à la projection 240 fois. Ce phénomène était très important à obtenir parce qu'il a donné lieu à de nombreuses interprétations erronées. Comme, au début, il ne se produit pas simultanément pour toutes les mitochondries qui présentent des différences individuelles de résistance, certains cytologistes, négligeant l'observation vitale et ne tenant compte que des images obtenues sur des préparations fixées et colorées, ont été amenés à distinguer les éléments vésiculisés des mitochondries en les rattachant aux formations de Golgi. D'autre part, dans un travail récent, Kiyohara (1) a formulé une interprétation inexacte de ce phénomène : il admet que la forme vésiculeuse est la forme normale des plastes et que les chondriocontes ne résultent que des altérations

⁽¹⁾ Journal of the Faculty of Science. Imperial University of Tokyo, Sect. III, Botany, 4, 1935, p. 400.

provenant de la rupture de la paroi des vésicules. Comme ces vésicules ne s'observent pas avec les techniques mitochondriales, mais seulement par les méthodes golgiennes (imprégnations osmiques) il suppose que celles-ci sont les seules qui conservent l'aspect normal des plastes. Ce savant interprète donc le phénomène à rebours. Le film que nous présentons ne laisse place à aucun doute et apporte la démonstration la plus rigoureuse que les vésicules sont la forme altérée des mitochondries et des plastes et que la forme de bâtonnets ou de filaments correspond à la forme normale.

En déplaçant, sous le microscope, une préparation dans laquelle les plastes sont tous vésiculisés, on peut se rendre compte que l'altération ne se produit pas simultanément dans toutes les cellules : certaines, pauvres en composés oxyflavoniques ou dépourvues de ces produits, ont des vésicules énormes; d'autres, riches en ces produits, ne présentent que des vésicules encore petites. On remarque la ressemblance frappante qu'offrent ces vésicules avec les éléments dits de Golgi (dictyosomes).

Nous avions essayé, dans notre film, de montrer l'action sur les mitochondries et les plastes de divers réactifs chimiques en faisant passer dans la préparation une goutte de ces réactifs. Ce procédé ne nous a pas réussi : il détermine dans la préparation des contractions qui provoquent le déplacement rapide des cellules. Aussi avons-nous dû nous contenter de monter directement la préparation dans le réactif lui-même. Notre film permet de constater que le fixateur de Regaud (mélange de formol et de bichromate de potassium) conservé aussi parfaitement que possible la forme des mitochondries et que l'alcool les détruit en grande partie. Nous avons complété ces essais en photographiant les mêmes cellules fixées et colorées par la méthode de Regaud qui fait apparaître les mitochondries et les plastes fortement colorés en noir par l'hématoxyline ferrique, avec le même aspect que sur le vivant.

Dans le Saprolegnia, notre film permet de distinguer en dehors des noyaux, plus ou moins fusiformes avec un nucléole réfringent : 1° des granulations lipidiques rondes, très réfringentes et rapidement déplacées par les courants du cytoplasme; 2° des mitochondries en forme de bâtonnets, de fuseaux, ou de filaments, très peu réfringentes et ne se déplaçant que difficilement en modifiant leur forme. Une préparation montée dans le réactif iodo-ioduré montre les mêmes éléments beaucoup plus distincts. Nous avons essayé d'enregistrer la vésiculisation des mitochondries en les colorant par le vert Janus, mais nous avons rencontré de nombreuses difficultés. En effet, lorsqu'on emploie une concentration

légèrement trop élevée, on provoque une vésiculisation trop rapide des mitochondries. D'autre part, avec une concentration très faible de colorant, les mitochondries se décolorent bientôt en réduisant le colorant et ne se vésiculisent pas. On peut cependant, par notre film, se rendre compte de la vésiculisation des mitochondries qui est tout à fait semblable à celle que l'on obtient dans les cellules de Tulipe.

Notre film est donc instructif parce qu'il met en évidence, d'une manière indiscutable, un certain nombre de propriétés essentielles des mitochondries que beaucoup de cytologistes contestent encore.

CHIRURGIE. — Traitement chez l'homme des sections nerveuses périphériques par greffon hétéroplastique médullaire. Note de MM. Antonin Gosset et Ivan Berthand.

Ayant démontré expérimentalement chez le chien, il y a deux ans, la possibilité d'une greffe hétéroplastique médullaire après section d'un gros tronc nerveux périphérique (¹), nous avons tenté l'application, chez l'homme, de cette nouvelle sorte de greffon. La rapidité extrême des processus régénératifs, l'absence de réaction locale, constatées au cours de nos expériences, permettaient d'espérer des phénomènes du même ordre en chirurgie humaine

En France, douze greffes hétéroplastiques médullaires ont été réalisées à notre connaissance chez l'homme suivant notre méthode. Sauf dans un cas, les greffons ont été préparés par nous-mêmes. Nous avons utilisé presque indifféremment des moelles de chat ou de lapin, fixées dans le formol à 20 pour 100, et conservées dans l'alcool à 90°. Les nerfs opérés sont assez variés : six radiaux, deux cubitaux, deux médians, deux sciatiques. Les blessures remontaient dans quelques cas à plusieurs années; exceptionnellement la greffe a pu être réalisée précocement.

Parmi les cas opérés, trois, à notre connaissance, ont pu être suivis d'une manière complète au point de vue des réactions électriques et le recul est aujourd'hui suffisant pour apprécier le succès de notre méthode. On ne trouvera ici que le résumé de ces observations.

I. Une première observation, personnelle, concerne une greffe sur le nerf radial. Un jeune homme de 24 ans est blessé au bras gauche dans un

⁽¹⁾ Comptes rendus, 200, 1935, p. 1897.

accident de motocyclette, le 18 mai 1935. La plaie siège au niveau du tiers inférieur du bras, au-dessus et en arrière de l'épicondyle; plaie profonde, entraînant de grosses lésions musculo-aponévrotiques et la section du nerf radial.

Un examen électrique, le 16 octobre 1935, montre une interruption complète du radial au-dessous du triceps, au-dessus du long supinateur et des radiaux. A ce moment, l'impotence est complète dans le domaine du radial : impossibilité d'extension du poignet et des doigts. Le malade pour mettre la main dans sa poche est obligé de s'aider avec l'autre main.

L'intervention doit être pratiquée en deux temps en raison des difficultés de repérage du nerf sectionné (28 octobre et 30 novembre 1935). Le bout inférieur du radial est sectionné à 2 centimètres au-dessus de sa bifurcation, supérieur est à un écart de 10 centimètres. On réunit les deux extrémités le bout du nerf par une greffe de moelle de lapin de 11 centimètres que l'on fixe par des soies.

Dès janvier 1936, deux mois après la greffe, on observe des signes nets de régénération : l'extension dorsale du poignet est possible.

En novembre 1936, l'extension dorsale du poignet se fait avec vigueur, le long supinateur présente une corde très nette. Par contre l'extension des doigts et l'abduction du pouce restent incomplètes. Au point de vue sensitif, il n'existe pas d'anesthésie totale, mais une hypoesthésie dans le territoire classique du radial.

L'examen électrique pratiqué par le Docteur Beau, le 16 janvier 1937, montre des signes nets de régénération sur le long supinateur et les radiaux, moins nets, mais incontestables, sur le cubital postérieur et les extenseurs des doigts. L'excitation faradique ou galvanique du radial, au point classique du bras, provoque une faible réponse du long supinateur et des radiaux.

II. Notre assistant, le Docteur Sauvage, a eu l'occasion de pratiquer une greffe médullaire dans un cas de section du nerf médian.

Un jeune homme de 20 ans est victime, le 31 octobre 1935, d'un accident d'automobile. Une vitre de la voiture détermine, à la face antérieure du poignet gauche, une section du nerf médian et des tendons de l'index et du médius. On pratique d'urgence une suture des tendons. La plaie cicatrise par première intervention, mais les doigts restent en flexion et la main inutilisable.

En août 1936, le blessé présente tous les signes d'une section physiologique du médian : les doigts sont en demi-flexion, le pouce en adduction; la masse thénarienne est atrophiée, alors que les interosseux et la masse hypothénarienne paraissent normaux. Les mouvements sont possibles au niveau des quatre derniers doigts que le blessé peut sléchir, étendre, écarter. Les mouvements du pouce sont par contre à peu près nuls : s'il existe encore un peu de force à l'adduction, les mouvements d'abduction et d'opposition sont impossibles. La zone d'anesthésie répond au territoire classique du médian.

Une intervention est pratiquée le 8 août 1936, neuf mois après l'accident. Au milieu d'une gangue scléreuse adhérente aux tendons voisins, on découvre le nerf médian présentant sur 3^{cm} une dilatation fusiforme. Le nerf est réséqué à ce niveau et l'on pratique une greffe avec une moelle de chat, d'une longueur de 5^{cm}.

En octobre 1936, deux mois et demi après l'intervention, les mouvements d'opposition du pouce sont redevenus normaux. Le pouce s'oppose avec force aux différents doigts de la main. Les zones d'anesthésie n'ont pas régressé.

Un examen électrique pratiqué par le Docteur Beau montre, le 16 janvier 1937, un syndrome indiscutable de régénération du médian. L'excitation musculaire directe provoque une légère secousse au faradique et au galvanique sur l'opposant, le court fléchisseur et l'abducteur du pouce. L'excitation galvanique du nerf au poignet, au-dessus de la cicatrice, provoque une très légère secousse de ces trois muscles.

III. La troisième observation nous a été communiquée par le Docteur G. Darcourt (de Marseille). Elle concerne un enfant de 4 ans, blessé 8 mois auparavant par un tesson de verre au niveau du creux poplité gauche. L'enfant marche avec un pied ballant paralytique. Le pied est souple sans contracture, l'attaque au sol se fait par la pointe et le bord externe; à l'appui, le pied prend une position en varus léger. Il n'est le siège d'aucun mouvement spontané. Un examen électrique montre une inexcitabilité du sciatique et des muscles de la jambe au-dessous de la cicatrice du creux poplité.

Dans une intervention pratiquée le 4 mai 1936, on découvre le nerf sciatique sectionné à ocm,5 au-dessus de sa bifurcation. Le bout supérieur rétracté à 2 cm au-dessus, se rensle en un névrome que l'on résèque; le bout inférieur est avivé. Les extrémités en présence étant écartées de 3 cm, on interpose une greffe médulaire de lapin préparée selon notre technique. Les sutures sont faites au fil de lin vaseliné.

Les suites opératoires sont simples. L'enfant est remis sur pied le 20° jour, on note à cette date un début de flexion des orteils. Dès le 30° jour,

un traitement électrothérapique (galvanisation) est institué. Au 40° jour l'extension des orteils est possible. Le 29 juillet 1936, l'enfant marche correctement avec très peu de valgus et un certain degré de chute du pied en avant; les orteils sont animés de mouvements actifs. La flexion du pied sur la jambe n'est pas encore possible, par contre l'extension se fait activement.

L'examen électrique pratiqué 3 mois après l'intervention montre une excitabilité normale des muscles et des nerfs dans le territoire du sciatique, en amont, et en aval de la suture. On ne constate ni inversion de la formule, ni lenteur de la secousse.

Ces trois observations appellent diverses remarques:

a. Ce qui domine, c'est l'extrême rapidité du processus régénératif, de 2 à 3 mois après l'intervention. Avec les hétérogreffes habituelles, même dans les conditions les plus favorables, il aurait fallu compter bien des mois avant d'observer un début de régénération.

Si le radial présente une facilité indéniable à la restauration fonctionnelle et cela quel que soit le greffon utilisé, il faut bien reconnaître que, dans le cas mentionné, les lésions musculo-aponévrotiques étaient considérables et la destruction du tronc nerveux fort étendue, conditions défavorables à une régénération. Le médian et le nerf sciatique donnent dans les statistiques habituelles un médiocre pourcentage de guérison. Dans nos cas cependant, la restauration a été aussi rapide que pour le radial. Seul, le jeune âge des opérés constituait un facteur favorable, et nous devons en tenir compte dans le processus régénératif.

b. Les greffons médullaires ont été fort bien supportés et n'ont présenté à aucun moment de tendance à l'élimination. Les moelles de lapin ou de chat sont également tolérées et fournissent toutes deux un excellent greffon. La moelle de chat est indiquée pour la greffe des troncs volumineux, celle de lapin pour les nerfs un peu grêles.

On ne doit pas reculer devant une greffe de plusieurs centimètres pour éviter le tiraillement et la dilacération du tissu médullaire interposé.

c. Bien que le greffon hétéroplastique médulaire réalise, suivant le vœu de Nageotte, un apport minimum de substance collagène, sa réussite est paradoxale à certain point de vue. Le parenchyme nerveux central à l'état frais s'oppose, on le sait, à tout processus régénératif des axones. Cette inhibition doit donc disparaître après fixation, puisque le greffon médulaire, dans nos expériences, s'est toujours montré largement neuronotisé par les cylindraxes du bout supérieur. La structure canaliculée du greffon,

la présence in situ de lipides en quantité importante, la réduction à l'extrême du mésenchyme constituent sans nul doute des conditions favorables à une régénération rapide.

Il semble même que la restauration fonctionnelle soit plus rapide, avec greffon interposé, qu'après suture simple. La vitesse habituelle de progression des neurones (1^{mm} par jour) paraît nettement dépassée chez l'homme dans les trois cas mentionnés.

Si cette notion se confirmait, si le greffon hétéroplastique accélérait dans tous les cas la régénération fonctionnelle, on serait conduit à réviser les règles classiques de conduite opératoire en présence de blessures nerveuses et à envisager l'emploi systématique de la greffe médullaire.

M. ÉMILE BOREL s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie du premier fascicule d'une Collection de Monographies des Probabilités, publiée sous ma direction. Comme je l'indique dans l'Introduction, cette Collection complètera le Traité du Calcul des probabilités et de ses applications, dont la publication va être terminée.

Ce premier fascicule, dû à M. Paul Levy, est consacré à la *Théorie de l'addition des variables aléatoires*. L'auteur y expose ses recherches personnelles, bien connues de l'Académie, ainsi que les travaux les plus récents de nombreux savants français et étrangers. Cet ouvrage correspond parfaitement au but de la Collection de Monographies, qui est de tenir le public mathématique au courant des progrès de la science des probabilités.

M. PAUL MARCHAL s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie d'un Mémoire que j'ai récemment publié dans les Annales des Épiphyties et de Phytogénétique.

Il est intitulé les *Trichogrammes* et se rapporte à des Hyménoptères parasites minuscules rendant les plus grands services à l'Agriculture, en pondant leurs œufs dans les œufs d'autres insectes et en particulier dans ceux des grands ravageurs.

Aux États-Unis on a industrialisé leur multiplication intensive par un véritable forçage dans des laboratoires spéciaux, de façon à les obtenir chaque année par millions et à les distribuer dans les cultures d'une façon

beaucoup plus précoce et considérable qu'ils n'y apparaîtraient naturellement.

Les Trichogrammes d'autre part, rappelant sur ce point les Drosophiles, sont extrèmement favorables à l'étude des problèmes intéressant la Biologie générale et c'est surtout à ce point de vue que j'en ai fait l'étude dans le présent Mémoire. J'ai insisté notamment sur les changements profonds que subit le cycle de l'insecte, lorsqu'on provoque expérimentalement son développement dans des hôtes différents de ceux qu'il parasite dans la nature. Le cycle du parasite, avec ou sans diapause, se trouve en quelque sorte réglé sur celui de l'hôte.

Des chapitres ont aussi été réservés à l'étude de la formation des lignées parthénogénétiques et des lignées à reproduction bisexuée, ainsi qu'à l'influence des facteurs externes sur la morphologie de l'insecte notamment dans les cas de microptérisme et de pœcilandrie.

Le dernier chapitre constitue une étude expérimentale sur la question des gestes dysharmoniques, qui ont été appelés aussi erreurs de l'instinct.

M. Louis de Broglie fait hommage à l'Académie de l'Ouvrage qu'il vient de publier sous le titre La physique nouvelle et les quanta.

NOMINATIONS.

MM. E. LECLAINCHE et A. LACROIX et la Section d'Économie Rurale sont désignés pour représenter l'Académie à la Cérémonie commémorative du Premier anniversaire du décès de Pierre Viala, le 11 février 1937, à l'Institut National Agronomique.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre de la Section d'Astronomie en remplacement de M. M. Hamy décédé. Le nombre de votants étant 56,

M. Jean Chazy obtient 35 suffrages.

M. Jules Baillaud » 13

M. Bernard Lyot » < 8 »

M. JEAN CHAZY, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu:

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

M. ERICH TSCHERMAK est élu Correspondant pour la Section d'Économie rurale par 43 suffrages contre 3 à M. Costantino Gorini et 1 à M. Nicola Parravano, en remplacement de M. Theobald Smith décédé.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance:

JEAN TORLAIS. Un esprit encyclopédique en dehors de l'encyclopédie.
Réaumur (présenté par M. M. d'Ocagne).

ALGÈBRE. — Sur une propriété des polynomes de la division du cercle. Note de M. Marc Krasner et de M^{IIe} Britt Ranulac, présentée par M. Jacques Hadamard.

M. Paul Lévy nous a posé la question suivante suggérée par des recherches sur le calcul des probabilités : le polynome

$$P(x) = \frac{x^{k\lambda} - 1}{x^{\lambda} - 1} = \sum_{u=0}^{u=k-1} x^{\lambda u}$$

est-il décomposable en un produit Q(x)R(x) de deux polynomes à coefficients réels non négatifs, termes constants normés à 1, d'une autre manière que la suivante : k étant non premier, k, k', k'', k''

(1)
$$P(x) \equiv \frac{x^{k\lambda} - 1}{x^{k'\lambda} - 1} \cdot \frac{x^{k'\lambda} - 1}{x^{k''\lambda} - 1} \cdot \frac{x^{k''\lambda} - 1}{x^{k''\lambda} - 1} \cdot \frac{x^{k''\lambda} - 1}{x^{\lambda} - 1} \cdot \frac{x^{\lambda} - 1}{x^{\lambda} - 1}$$

La réponse est négative. En effet Q ou R est produit d'un polynome à coefficients positifs par $(x^{h\lambda}-1)/(x^{\lambda}-1)$, h diviseur de k.

1º LEMME. — Tout coefficient de Q ou R est o ou 1.

Toute racine ζ de P (donc de Q ou R) est racine de l'unité : ζζ = 1. Q, étant à coefficients réels, admet ζ pour racine avec ζ, donc est réciproque, donc est symétrique direct puisque sans coefficient négatif. De même R. Posons:

- $Q = 1 + a_1 x + \dots + a_l x^l + \dots + x^{m_s},$
- $(2b) \qquad \qquad R = \mathbf{I} + b_1 x + \ldots + b_i x_i + \ldots + x^{m_2},$
- (3) $m_1 + m_2 = (k-1)\lambda$, $a_i \ge 0$, $b_j \ge 0$, $a_i = a_{m_1-i}$, $b_j = b_{m_2-j}$

Identifions terme à terme QR et P. Si on avait $m_4 = m_2$, le coefficient de x^{m_4} serait au moins 2. Supposons donc $m_4 > m_2$; on a entre autres

- (4_i) $a_i + a_{i-1}$ $b_1 + a_{i-2}$ $b_2 + \ldots + a_1$ $b_{i-1} + b_i = 1$ ou o $(i \le m_2 1)$
- (5) $a_{m_1} + a_{m_2-1}b_1 + a_{m_2-2}b_2 + \ldots + a_1 \qquad b_{m_1-1} + 1 = [1 \text{ ou o, donc}] 1$
- $(6_{l}) \quad a_{l} + a_{l-1} \quad b_{1} + a_{l-2} \quad b_{2} + \ldots + a_{l-m_{1}+1} b_{m_{2}-1} + a_{l-m_{2}} = 1 \text{ ou o} \qquad (m_{2} \leq i \leq m_{1}).$

Tous les termes écrits sont non négatifs. Donc (5) entraîne

$$(7_i) a_i b_i = a_{m_i-1} b_i = 0 (i < m_i),$$

(44) et (74) entraînent successivement

$$a_1 + b_1 = 1$$
 ou o, $a_1 b_1 = 0$, $a_1 = 1$ ou o, $b_2 = 1$ ou o.

Par récurrence, si a_i et b_j sont 1 ou 0 pour i et j inférieurs à t, il en est de même de a_i et b_i . Pour t inférieur à m_2 , on compare (7_i) et la forme suivante de (4_t) :

$$a_t + b_t +$$
entier non négatif = 1 ou o.

(5) montre a_{m_1} nul. Pour $t > m_2$, (6_t) permet la récurrence par a_t + entier non négatif = 1 ou o.

2° Soient alors $\{q_i\}$ et $\{r_j\}$ les suites, à construire, des degrés des termes non nuls de Q et R. Chaque somme $q_i + r_j$ est exposant de terme non nul de P. Donc chaque $u\lambda$ admet une décomposition unique

$$(9u) u\lambda = q_i^{(u)} + r_j^{(u)} (o \le u \le k),$$

 (9_0) montre que o est commun aux deux suites. Un élément non nul ne peut leur être commun, il s'ajouterait à o de deux manières. $q_i = 0$ dans (9_u) montre que tout r_j est multiple de λ ; de même tout q_i . (9_1) n'est donc soluble que si l'une des suites, $\{q_i\}$ par exemple, contient λ ; soit alors $h\lambda$

le plus petit multiple de λ qui n'est pas un $q_i(h > 1)$; dans (9h) le q_i sera donc nul : $h\lambda$ est un r_i , le plus petit r_i non nul.

Les q_i se groupent en séries de multiples consécutifs de λ , séparées par des intervalles. Elles ont toutes même nombre h de termes que la première, car, s'il y en a une plus longue, en ajoutant o puis $h\lambda$ à ses q_i certains $u\lambda$ paraîtront deux fois; et s'il y en a de plus courtes, prenons celle de plus petit premier terme $h_2\lambda$; il existe donc un exposant $(h_2+h_3)\lambda$ avec $h_3 < h$ qui n'est pas un q_i . Dans sa décomposition, $r_j \neq 0$; donc $r_j^{h_i+h_i} \geq h\lambda$; par suite $q_i^{(h_i+h_i)}$ est inférieur à $(h_2+h_3-h+1)\lambda$, donc à $h_2\lambda$, donc appartient à une série de longueur h; par addition de $r_j^{h_i+h_i}$ aux q_i de cette série on obtient h termes consécutifs dont h_2+h_3 , donc entre autres soit $h_2\lambda$, soit $(h_2+h)\lambda$. Mais ceux-ci sont déjà décomposables avec $h_2\lambda$ pour q_i et o ou $h\lambda$ pour r_i . Il y contradiction.

Soient q'_i les premiers termes de ces séries de q_i . On a visiblement

(10)
$$Q = \left(\frac{x^{h\lambda} - 1}{x^{\lambda} - 1}\right) \sum x^{q'_{i}}.$$

En faisant x = 1 dans (10) et dans P = QR, on obtient :

(nombre des q_i) = h (nombre des q'_i), k = (nombre des q_i) (nombre des r_i),

h est donc diviseur de k; les résultats annoncés sont ainsi tous obtenus.

Observations sur la Note précédente par M. JACQUES HADAMARD.

La Note qui précède répond à une question qui avait été posée par M. Paul Lévy au cours d'une conférence faite le 12 janvier au Collège de France; il avait, par lettre du 7 janvier, posé la même question à M. Khintchine.

La solution de M. Krasner nous est parvenue le 15 janvier. M. Paul Lévy a reçu depuis une lettre de M. A Liénard, datée du 23 janvier, lui exposant, pour le cas où p est premier, une solution identique à celle qui est exposée ci-dessus, et une lettre de M. Khintchine, écrite à Moscou, le 18 janvier, lui indiquant, sans donner d'indication sur la méthode, que M. Raikoff a de son côté résolu le même problème.

L'indépendance de ces trois solutions ne peut pas être mise en doute.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Principe de régularisation des fonctions. Note de M. Szolem Mandelbrojt, présentée par M. Jacques Hadamard.

Le procédé de régularisation dont il va être question nous rendra des services appréciables dans plusieurs branches de la théorie des fonctions. Cette Note est consacrée au principe lui-même.

Les fonctions que nous considérons peuvent prendre la valeur $+\infty$. E_f désigne l'ensemble des valeurs x où la fonction $f(x)(x \ge 0)$ n'est pas égale à $+\infty$. Désignons par Φ la classe des fonctions $f(x)(x \ge 0)$ telles que : 1° f(x) est bornée inférieurement; 2° E_f contient des valeurs x arbitrairement grandes; 3° E_f est fermé.

Désignons par Φ_1 la sous-classe des fonctions de Φ , jouissant en plus de la propriété suivante : pour tout $x \ge 0$, on a

$$\lim_{\epsilon \to +0} \underbrace{\text{borne}}_{\varepsilon \to +0} f(\xi) \leq \lim_{\epsilon \to +0} \underbrace{\text{borne}}_{x < \xi < x + \epsilon} f(\xi),$$

 Φ_1 contient en particulier toute fonction $f \subset \Phi$ (c'est-à-dire appartenant à Φ), continue par rapport à son ensemble E_f ; ainsi lorsque $f \subset \Phi$, et si E_f ne contient que des points isolés, $f \subset \Phi_1$. Si $f \subset \Phi$ et si f est continue, $f \subset \Phi_1$. Les résultats portant sur les fonctions f de Φ_1 telles que E_f ne contienne que des entiers positifs, peuvent évidemment être considérés comme portant sur des suites μ_n dépendant de tels entiers.

Désignons par $\omega(t)$, $(-\infty < t < \infty)$, une fonction positive telle que $\omega(t) \rightarrow \omega(t_1)$ lorsque $t \rightarrow t_1$ et telle que $\omega(t) \rightarrow \infty$, en croissant, lorsque $t \rightarrow \infty$, $\omega(t)$ pouvant être égal à $+\infty$ pour $t \ge t_0$. En particulier la fonction $\omega(t) \equiv \infty(-\infty < t < \infty)$ vérifie ces conditions.

Lorsque $f \subset \Phi_1$, la fonction $F_f^\omega(x)$ que nous appellerons la régularisée de f(x) par rapport à $\omega(t)$, (') est définie de la manière suivante : $E_{t,l}$ désigne, dans le plan $x \circ O_f$, l'ensemble des points $o \le x \le \omega(t)$, $y \le l + tx$; $\mathfrak U$ désigne la réunion de tous les $E_{t,l}$ ne contenant aucun point [x, f(x)], P l'ensemble des points du demi-plan $x \ge 0$, et $\mathcal F$ la frontière de l'ensemble $P - \mathcal U$. En désignant par $\mathcal F_x$ l'ensemble des ordonnées des points de $\mathcal F$ dont l'abscisse est égale à x, on pose pour $x \ge 0$: $F_f^\omega(x) = \underline{\text{borne }} \mathcal F_x$. On voit immédiatement que $F_f^\omega(x) \le f(x)$, $(x \ge 0)$.

⁽¹⁾ Si pour $t \ge t_0$, $\omega(t) = \infty$, on ne régularisera, par rapport à une telle fonction, que les fonctions f telles que $f(x)/x \to \infty$, lorsque $x \to \infty$.

 $\varphi(x)$, $(x \ge 0)$, étant une fonction quelconque, posons

$$\Omega_{\varphi}^{\omega}(t) = \underset{0 \leq x \leq \omega(t)}{\operatorname{borne}} \left[[\varphi(x) - tx], \, (-\infty < t < \infty). \right.$$

Theoreme I. — Si $f \subset \Phi_i$, on a $\Omega_f^\omega(t) = \Omega_{\mathbf{F}_f^\omega}(t)$, $(-\infty < t < \infty)$; et pour toute fonction $\varphi(x)$ telle qu'on ait en un point, au moins, $x = x_i$, $\varphi(x_i) < F_f^\omega(x_i)$, on a, pour une certaine valeur de $t = t_i$, $\Omega_{\varphi}^\omega(t_i) < \Omega_{\mathbf{F}_f^\omega}^\omega(t_i)$; de sorte que F_f^ω est la plus petite fonction φ , telle que pour toutes les valeurs de t on ait $\Omega_{\varphi}^\omega(t) = \Omega_f^\omega(t)$.

Soit $f \subset \Omega$. A chaque t correspond au moins un $x \ge 0$, tel que pour une suite $\{x_i\}$, $x_i \to x$, $x_i \le \omega(t)$ (tous les x_i peuvent être confondus avec x) on ait $\Omega_f^\omega(t) = \lim_{t = \infty} [f(x_i) - tx_i]$; l'ensemble de telles valeurs x est désigné par X(t); la réunion de tous les X(t), $(-\infty < t < \infty)$ est désigné par X. L'ensemble des valeurs t telles que pour x donné, $x \subset X$, on ait $x \subset X(t)$ est désigné par T(x). On pose, pour x donné, $x \subset X$, $\tau_0(x) = \overline{\text{borne }} T(x)$, $\tau(x) = \overline{\text{borne }} T(x)$, $\overline{\omega}(x) = \overline{\text{borne }} \Omega_f^\omega(t)$.

Ce lemme justifie les définitions suivantes :

Pour $x \ge 0$ quelconque on pose $\tau(x) = \overline{\text{borne}} \ \tau(\xi) \ (\xi \subset X, \xi \le x),$ $\overline{\omega}(x) = \overline{\text{borne}} \ \overline{\omega}(\xi) (\xi \subset X, \xi \le x).$

Theoreme II. — $Sif \subset \Phi_i$, on a $F_f^{\omega}(x) = \tau(x)x + \overline{\omega}(x)$, $(x \ge 0)$.

Si $f \subset \Phi$, on définit la régularisée de f par rapport à $\omega(t)$ par l'égalité $F_f^{\omega}(x) = \tau(x)x + \overline{\omega}(x)$.

THEOREME III. — La régularisée d'une fonction $f \subset \Phi$, par rapport à une fonction $\omega(t)$, est une fonction à variation bornée.

Théorème IV. — Si $f \subset \Phi$, une des deux égalités suivantes a lieu pour tout t:

$$\Omega_{\mathbf{F}_f^o}^{\omega}(t) = \tilde{\Omega}_f^{\omega}(t), \qquad \Omega_{\mathbf{F}_f^o}^{\omega}(t) = \Omega_f^{\omega}(t+\mathrm{o}).$$

D'ailleurs si $f \subset \Phi_i$, on $a : \Omega_f^{\omega}(t) = \Omega_f^{\omega}(t+o)$.

Remarquons que, lorsque $\omega(t) \equiv \infty (-\infty < t < \infty)$, on retombe sur la notion connue de la minorante de Wiman, étudiée, pour les suites, par M. Valiron et, pour les fonctions, par M. Ostrowski.

Le cas $\omega(t) = e^t$ est particulièrement important pour les applications dans la théorie des fonctions. Nous verrons aussi que notre principe jette une lumière nouvelle sur la théorie des taubériens.

THÉORIE DES FONCTIONS. — Sur les courbes de module constant des fonctions entières. Note de M. Georges Valiron, présentée par M. Émile Borel.

M. J. M. Whittaker a posé la question suivante : Considérons deux fonctions entières, f(z) et g(z), qui ont respectivement leur module constant sur une même courbe fermée Γ ; que peut-on dire des autres courbes de module constant de f(z) et g(z)? Ne coincident-elles pas toutes? (1). Cette question peut être résolue comme suit. La courbe fermée Γ est composée d'arcs analytiques en nombre fini; aux points de raccord z_k de ces arcs, qui correspondent à f'(z) = o(et à g'(z) = o), les arcs sont encore analytiques en $(z-z_k)^{\frac{1}{2}}$. Représentons conformément l'intérieur de Γ sur le cercle γ , $|\zeta| < 1$. La fonction $\zeta = \varphi(z)$ qui donne cette représentation est encore holomorphe sur Γ sauf aux points z_k qui sont points critiques algébriques. f(z) se transforme en une fonction $F(\zeta)$, qui est holomorphe dans γ et sur sa circonférence. $F(\zeta)$ s'annule en p points $\zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_p$ intérieurs à γ , qui correspondent aux zéros de f(z) situés dans Γ , chacun figurant un nombre de fois égal à son ordre de multiplicité. Sur $|\zeta| = 1$, on a $|F(\zeta)| = C = \text{const}$. Il s'ensuit que

$$F(\zeta) = A \prod_{i=1}^{n} \frac{\zeta - \zeta_{p}}{1 - \zeta \overline{\zeta}_{p}}, \quad |A| = C.$$

De même la transformée $G(\zeta)$ de g(z) est une fraction rationnelle

$$G(\zeta) = A' \prod_{1}^{m} \frac{\zeta - \zeta'_{q}}{1 - \zeta \overline{\zeta'_{q}}}$$

Ceci montre que $F(\zeta)$ et $G(\zeta)$, donc aussi f(z) et g(z) sont liés par une relation algébrique de genre zéro, $\Omega[f(z), g(z)] = 0$.

On sait d'ailleurs que, si deux fonctions entières vérifient une relation algébrique, cette relation est de genre zéro (2). On peut alors utiliser une

⁽¹⁾ Voir Pennycuik, J. London Math. Soc., 11, 1936, p. 281-285, en particulier § 7, p. 285.

⁽²⁾ MONTEL, Acta math., 49, 1926, p. 116; VALIRON, Assoc. française Avanc. sciences, 52° Session, Congrès de La Rochelle, 1928, p. 56.

représentation paramétrique propre de $\Omega(X, Y) = 0$ telle que

$$f(z) = \frac{\mathrm{P}(u)}{u^{p}}, \qquad g(z) = \frac{\mathrm{Q}(u)}{u^{q}},$$

P(u) et Q(u) étant des polynomes, p et q entiers positifs ou nuls, le degré de P(u) étant supérieur à p, et u=u(z) étant une fonction entière qui n'a pas de zéros si p+q>o (voir mon article cité). Revenant alors à Γ , on voit qu'il existe une courbe Γ' du plan des u sur laquelle

$$\left|\frac{\mathrm{P}\left(u\right)}{u^{p}}\right|, \quad \left|\frac{\mathrm{Q}\left(u\right)}{u^{q}}\right|$$

sont constants. On est ainsi ramené à un problème algébrique sur la représentation multiple des cassiniennes, mais dans un cas particulier qui se laisse traiter aisément par suite du fait que les dénominateurs sont des puissances d'un même monome (3). On trouve que, dans ces conditions, Γ' n'admet qu'une seule représentation réduite, à moins que cette courbe soit un cercle. Écartons d'abord ce cas exceptionnel. On aura

$$f(z) = B[v(z)]^{\lambda}, \qquad g(z) = B'[v(z)]^{\lambda'},$$

v(z) étant une fonction entière, λ et λ' des entiers positifs et B et B' des constantes. Toutes les courbes de module constant de f(z) et g(z) coïncideront.

Dans le cas exceptionnel, on trouve

$$f(z) = \mathbf{D}[u(z) - a]^{\mu} \left[\frac{u(z) - b}{u(z)} \right]^{\nu}, \qquad g(z) = \mathbf{D}'[u(z) - a]^{\mu'} \left[\frac{u(z) - b}{u(z)} \right]^{\nu'},$$

u(z) est une fonction entière sans zéros, μ , μ' , ν , ν' sont des entiers ≥ 0 D, D', a, b sont des constantes; a et b ont le même argument et

$$a(b-a) = c^2 < a^2.$$

Le module des fonctions f(z) et g(z) est constant sur les courbes pour lesquelles |u(z)-a|=c, courbes qui sont fermées; ces courbes sont les seules courbes de module constant communes à f(z) et g(z).

Ainsi il ne suffit pas que deux courbes de module constant coïncident pour que toutes les autres coïncident. Mais

⁽³⁾ Dans ses Principes de géométrie analytique, Paris, 1917, p. 152-158, Darboux étudie les diverses représentations d'une même cassinienne, mais n'a pas à se poser le problème de trouver toutes ces représentations.

Si deux fonctions entières, f(z) et g(z), ont en commun deux courbes de module constant fermées distinctes (|f(z)| n a pas la même valeur sur ces deux courbes), toutes les courbes de module constant sont les mêmes, et l'on a

$$[g(z)]^{\lambda} = \alpha [f(z)]^{\lambda'},$$

h et h' étant deux entiers positifs et a une constante.

THÉORIE DES FONCTIONS. — Quelques théorèmes sur les directions de Julia et de Borel des fonctions méromorphes. Note de M. Chi-Tai Chuang, présentée par M. Émile Borel.

1. D'après une généralisation par M. Valiron (1) d'un théorème de M. Miranda (2), si une famille de fonctions méromorphes f(z) n'est pas normale dans un domaine D, où elles ne prennent pas deux valeurs distinctes a, b, alors la famille $f^{(n)}(z)$ ($n \ge 1$) ne sera pas normale (ou quasinormale) dans le même domaine, $f^{(n)}(z)$ étant la dérivée $n^{tème}$ de f(z). Appliquons ceci aux fonctions méromorphes dans le plan.

I. Soient f(z) une fonction méromorphe qui ne prend qu'un nombre fini de fois les valeurs o, ∞ et Δ une direction de Julia de f(z). S'îl existe une suite de nombres positifs $\lambda_k(\lambda_k \to \infty)$, telle que la famille $f_k(z) \equiv f(\lambda_k z)$ ne soit pas normale à un point $\zeta(\zeta \neq o)$ sur Δ et si, quel que soit $\delta(\delta > o)$,

$$\lim_{k\to\infty}\frac{\log\mathrm{M}(\delta,f_k)}{\log\lambda_k}=\infty.$$

 $M(\delta, f_k)$ désignant le maximum de $|f_k(z)|$ pour $|z-\zeta| \le \delta$, alors Δ sera aussi une direction de Julia de R(z) $f^{(n)}(z)$ $(n \ge 0)$, R(z) étant une fonction rationnelle quelconque.

Au moyen des inégalités employées par M. Miranda (loc. cit., p. 187), on trouve que, pour une suite partielle λ_k de λ_k ,

$$\frac{1}{6}\log \mathbf{M}\left(\frac{\delta}{2},\,f_{k'}\right) < \log \mathbf{M}\left(\delta,\,\frac{1}{f_{k'}}\right) < 6\log \mathbf{M}\left(2\,\delta,\,f_{k'}\right),$$

dès que $k' > k'(\delta)$. En considérant ensuite les familles $\lambda_k' f^{(n)}(\lambda_k z)$, l étant un nombre entier quelconque, la remarque précédente permet d'établir l. Il découle de la même remarque que

⁽¹⁾ Comptes rendus, 200, 1935, p. 1825.

⁽²⁾ Bulletin de la Soc. Math. de France, 63, 1935, p. 185.

II. Si une fonction méromorphe f(z) ne prend qu'un nombre fini de fois deux valeurs finies distinctes a, b, alors toutes les directions de Julia de f(z) seront aussi directions de Julia de $f^{(n)}(z)$ $(n \ge 1)$.

2. Soit f(z) une fonction méromorphe d'ordre fini positif ρ . En suppo-

sant que pour une constante a supérieure à 1,

(C)
$$\lim_{r \to \infty} \frac{N(ar, f)}{T(r, f)} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{r \to \infty} \frac{N(ar, \frac{1}{f})}{T(r, f)} = 0,$$

et, en appliquant une inégalité de M. R. Nevanlinna (3), on voit que

$$\lim_{r \to \infty} \frac{\mathbf{T}\left(ar, \frac{f^{(n)}}{f}\right)}{\mathbf{T}(r, f)} = 0.$$

Puis, d'après l'identité $f^{(n)} = ff^{(n)}/f$, et un théorème de M. Rauch (*), on démontre le suivant :

III. f(z) étant une fonction méromorphe d'ordre fini positif ρ , si les conditions (C) sont vérifiées, il existera au moins une direction de Borel d'ordre ρ commune aux fonctions $f^{(n)}(z)$ $(n = 0, 1, 2, ..., \infty)$.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — Masse fluide hétérogène en rotation à moment cinétique donné. Note (1) de M. Pierre Dive, présentée par M. Élie Cartan.

Une Note (2) de M. Alex Gardedieu, sur les masses fluides hétérogènes en rotation, appelle quelques remarques.

M. Gardedieu affirme, dans cette Note (p. 99, lignes 7, 8, 9, 10) « que les stratifications en surfaces ellipsoïdales de révolution ne sont jamais rigoureusement réalisées ». Énoncée sous cette forme trop générale, cette proposition dont M. Gardedieu nous fait à tort partager la propriété avec MM. Hamy, Volterra, Véronnet et Wavre, est inexacte. En 1927, nous avons établi, en effet, que des stratifications ellipsoïdales pouvaient être animées de rotations permanentes, si l'on ne s'impose pas la condition res-

⁽³⁾ Le Théorème de Picard-Borel, p. 61.

^(*) RAUCH, Journ. de Math., 98, 1933, p. 133-154.

⁽¹⁾ Séance du 1er février 1937.

⁽²⁾ Comptes rendus, 204, 1937, p. 98.

trictive non nécessaire de l'orthogonalité du champ de la pesanteur et des couches d'égale densité (3).

Pour discuter l'existence des stratifications ellipsoïdales homothétiques et homofocales, suivant la valeur du moment cinétique de la masse, M. Gardedieu utilise les « résultats auxquels M. Véronnet est parvenu, par la discussion, à l'aide de la vitesse angulaire (*).

Il y a certainement là, de la part de M. Gardedieu, une méprise qui nous oblige à rappeler quelques points de l'histoire des recherches sur les fluides en rotation:

1° En juin 1926, nous avons montré que la formule fondamentale (14), p. 14 de la thèse de M. Véronnet (formule reproduite en 1926, dans le fascicule XIII du Mémorial des Sciences mathématiques, par M. Véronnet lui-même), était fausse, et cela à la suite d'une erreur de signe et d'une identification injustifiée faite entre deux dérivées partielles d'une même fonction, prises dans des conditions différentes.

2° En octobre 1926, M. Rolin Wavre a rappelé que, dans l'hypothèse, la seule considérée jusqu'ici, de l'orthogonalité des couches à densité constante et du champ de la pesanteur, les éléments situés à la même distance de l'axe de rotation Oz devaient être doués d'une même vitesse angulaire ω . Cette propriété, qui se traduit par l'équation $\partial \omega/\partial z = 0$, a été énoncée par Henri Poincaré dans sa Théorie des Tourbillons (°) dans le cas où il existe une relation univoque $\rho = f(p)$ entre la densité et la pression. M. Wavre a montré que cette équation devait encore être satisfaite, dans l'hypothèse restrictive précédente, pour un fluide hétérogène incompressible (°).

3° En février 1927, nous avons démontré que l'hypothèse de l'orthogonalité du champ de la pesanteur et des surfaces à densité constante, considérée, à priori, comme nécessaire par MM. Hamy et Véronnet (7), impliquait l'impossibilité de toute stratification ellipsoïdale, même dans le cas de l'existence de mouvements relatifs internes des éléments du fluide (8).

⁽³⁾ Comptes rendus, 184, 1927, p. 277.

^{(&#}x27;) A. Véronnet, Rotation de l'ellipsoïde hétérogène et figure exacte de la Terre (Thèse, Paris, 1912, p. 25).

⁽⁵⁾ Paris, 1893, p. 178.

⁽⁶⁾ Archives des Sc. phys. et nat. de Genève, 5° série, 8, 1926, p. 330, et Comptes rendus, 184, 1927, p. 277.

⁽⁷⁾ ALEXANDRE VÉRONNET, Thèse, 1912, p. 9.

⁽⁸⁾ P. DIVE, Comptes rendus, 184, 1927, p. 371.

Ce résultat inattendu modifiait les idées reçues depuis quelque quarante ans sur les figures planétaires. En particulier, il prouvait l'invalidité des démonstrations de la thèse de M. Véronnet, fondées sur une expression inexacte de la vitesse angulaire ω (°). Ces démonstrations ont du reste été reproduites dans le fascicule 2, du tome IV du Traité de Mécanique rationnelle de Paul Appell, fascicule entièrement rédigé par M. Véronnet. (Voir, en particulier, les Chapitres VI, VII et VIII.)

4° Ensin, en juillet 1927, nous avons établi que l'hypothèse restrictive de l'orthogonalité des surfaces à densité constante et du champ de la pesanteur n'était nullement nécessaire; et, en l'abandonnant, nous avons pu donner une théorie nouvelle des rotations internes d'un fluide hétérogène, plus générale que les travaux publiés depuis Laplace sur cette question (10).

M. Véronnet affirme que l'équation $\partial \omega^2/\partial z = 0$ est satisfaite, en première approximation, par des stratifications ellipsoïdales à faibles aplatissements. Cette conclusion est injustifiée; elle résulte d'une confusion entre deux dérivées partielles de ω^2 par rapport à z, prises, l'une sur une parallèle à l'axe de rotation, l'autre sur une surface à densité constante (''). Nous avons montré d'ailleurs dans notre Thèse ('²) que, pour des stratifications ellipsoïdales homothétiques de faible aplatissement k et répondant à la loi des densités de Roche, les surfaces $\omega^2 = \text{const.}$, sont, en négligeant les termes en k^* , des sphères concentriques.

Les démonstrations de M. Gardedieu, qui utilisent les formules de M. Véronnet, et comportent des discussions dans lesquelles l'aplatissement des couches varie de 0 à l'infini, ne peuvent donc pas être conservées. Signalons, à ce propos, l'étude que nous avons faite sur le même sujet (13).

⁽⁹⁾ Voir Veronnet, Thèse, 1930, p. 17, formule 18.

⁽¹⁰⁾ Comptes rendus, 184, 1927, p. 277, et Arch. des Sc. physiques et naturelles, 44, 1927, p. 103.

⁽¹¹⁾ PAUL APPELL, Traité de Mécanique rationnelle, IV, fasc. 2, Les figures d'équilibre d'une masse hétérogène en rotation; Figures de la Terre et des planètes 2° édition, 97, 1937, p. 111 et 112.

⁽¹²⁾ Rotations internes des astres sluides, Paris, 1930, p. 81.

⁽¹⁵⁾ Thèse citée, p. 72.

DYNAMIQUE DES FLUIDES. — Sur la propagation du mouvement dans les milieux visqueux. Note de M. L. CAGNIARD, présentée par M. Henri Villat.

P. Duhem démontra l'impossibilité de la propagation de discontinuités cinématiques dans un milieu visqueux. Cependant, lorsque les coefficients de viscosité sont très petits, îl imagina que l'onde véritable (au sens d'Hugoniot) pouvait faire place à une quasi-onde, feuillet d'épaisseur très petite à la traversée duquel telle ou telle dérivée d'un élément caractéristique du milieu subit une variation finie, pratiquement équivalente à une discontinuité. Il put prévoir en outre que l'épaisseur de la quasi-onde était d'un ordre infinitésimal au plus égal à celui des coefficients de viscosité.

Ces conclusions très générales furent précisées par M. Louis Roy (') dans un cas particulier. M. Roy se limite au cas des petits mouvements, régis par l'équation

(1)
$$a^{2} \frac{\partial^{3} u}{\partial x^{2} \partial t} + V^{2} \frac{\partial^{2} u}{\partial x^{2}} - \frac{\partial^{2} u}{\partial t^{2}} = 0,$$

quand le phénomène dépend d'une seule variable d'espace. Il détermine une solution u(x,t) telle que, pour t=0, u et $\partial u/\partial t$ se réduisent à des fonctions données de x. La solution, exprimée par une intégrale de Fourier, est peu maniable mais permet ce pendant d'obtenir, quand a est infiniment petit, une formule asymptotique simple qui précise la nature de la quasionde de Duhem.

J'ai cherché à compléter les résultats de M. Roy en résolvant le problème mixte typique, qui s'adapte mieux que celui de Cauchy aux conditions expérimentales dans lesquelles on provoque généralement la naissance d'une onde progressive : pour $x \ge 0$, t = 0, u et $\partial u/\partial t$ doivent être nuls; pour x = 0, u(0, t) doit se réduire à une fonction donnée F(t), nulle ainsi que sa dérivée pour t = 0.

La solution cherchée est du type habituel

$$(2) \begin{cases} u(x,t) = \int_0^t \mathbf{F}(v) \, \mathbf{A}'(t-v,x) \, dv, \\ \mathbf{A}'(v,x) = \frac{e^{-\frac{\mathbf{V}^3}{a^3}v}}{a\sqrt{\pi v}} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{v}{4a^3}\left(s+\frac{x}{v}\right)^2} \mathbf{J}_0\left(2i\frac{\mathbf{V}}{a^2}\sqrt{xvs}\right) \left[\frac{v}{4a^2}\left(s+\frac{x}{v}\right)^2 - \frac{1}{2}\right] ds, \\ i = \sqrt{-1}; \qquad \mathbf{J}_0: \text{fonction de Bessel d'ordre zéro.} \end{cases}$$

⁽¹⁾ Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences, 35, 1914, nº 2.

Il est commode, pour la discussion, de définir la fonction A(v, x)

$$\mathbf{A}(\mathbf{v}, \mathbf{x}) = \int_0^{\mathbf{v}} \mathbf{A}'(\mathbf{v}, \mathbf{x}) \, d\mathbf{v}.$$

Il suffit que F(t) soit bornée et intégrable pour que l'expression (2) constitue une solution formelle, mais la nature physique du problème limite plus étroitement l'arbitraire qui subsiste dans la définition de F(t). J'indique succintement les caractères de la solution qui me paraissent essentiels :

1º Lorsque x est donné, A(v, x) croît de o à 1 quand v varie de zéro à l'infini. Au voisinage de v = 0, pour $x \neq 0$, on a

(3)
$$\Lambda(\rho, x) = \frac{2a}{x\sqrt{\pi}}e^{-\frac{x^2}{4a^2\rho}}\sqrt{\rho}\left[1 + \varepsilon_1(\rho, x)\right],$$

où $\varepsilon_1(v,x)$ est une fonction holomorphe, nulle pour v=0. Si grand que soit x, de mouvement débute donc à l'instant précis où F(t) cesse d'être nul; mais le démarrage est d'une extrême douceur, puisque la vitesse et les accélérations initiales de tous ordres sont nulles. L'absence de front d'onde, anormale dans les problèmes de ce type, exige l'examen du comportement de u(x,t) lorsque x devient infini; je me borne ici à cette indication.

2º L'impossibilité de la propagation des discontinuités cinématiques (proposition distincte de la précédente concernant l'absence de front d'onde) résulte du fait que u(x, t) est une fonction continue, admettant des dérivées de tous ordres, continues également.

3° J'ai dit que A(v, x) tend vers l'unité quand v devient infini.

Donc si F(t), après diverses variations, finit par se fixer à une valeur constante l, u(x, t) tend asymptotiquement vers l quel que soit x. On pouvait prévoir ce résultat puisque u = const. est une solution de l'équation (1).

4° Lorsque x est extrêmement grand, quel que soit l'ordre de grandeur de a, A(v,x) a pour limite

(4)
$$[A(v,x)]_{\text{asymp.}} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \Theta \left[\frac{V\sqrt{V}}{a\sqrt{2x}} \left(v - \frac{x}{V} \right) \right] \right\}; \quad \Theta(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-x^2} dx.$$

La propagation s'effectue donc sous forme d'une pseudo-onde, de vitesse V, dont la structure est semblable à celle de la pseudo-onde de crue que j'ai décrite récemment en étudiant la propagation d'une intumescence vers l'aval d'une rivière (2).

⁽²⁾ Comptes rendus, 203, 1936, p. 1324.

 5° Lorsque a tend vers zéro, quel que soit l'ordre de grandeur de x, la formule (4) représente encore l'expression asymptotique de A(v,x). L'épaisseur de la pseudo-onde est alors un infiniment petit du premier ordre par rapport à a, d'ordre 1/2 par rapport aux coefficients de viscosité. La pseudo-onde ainsi particularisée n'est autre que la quasi-onde de Duhem. La continuité de la solution par rapport à a pour a=0 est une conséquence immédiate de la formule (4).

6° Enfin, lorsqu'on fait tendre V vers zéro, on montre que la solution a pour limite la solution classique du problème similaire relatif à l'équation

de la chaleur.

MÉCANIQUE. — Sur une expression théorique nouvelle de l'abordage d'une poulie par une courroie épaisse. Note de M. René Swyngedauw, présentée par M. Albert Caquot.

J'ai montré (') que le calcul scientifique d'une courroie exige la connaissance de la loi de variation du coefficient de frottement sur la poulie avec la vitesse de glissement, de la longueur de l'arc critique sur laquelle elle glisse avant d'adhérer, et de la distance de la ligne neutre à la poulie sur l'azimut critique.

Grâce à ces données, toutes déterminables par l'expérience, il est possible de calculer pour *une poulie menante* son couple-frein sur la zone critique, son couple moteur sur le reste de la poulie, et par conséquent le couple moteur réellement agissant.

Le couple-frein dépend essentiellement du coefficient k de renforcement de la tension dans l'arc critique mesuré par l'expression

$$k = \int_0^{\alpha_c} f \, d\alpha,$$

 α_c étant l'angle critique, quotient de l'arc critique a_c par le rayon de la poulie, f le coefficient de frottement.

D'après mes expériences antérieures, l'arc critique a_c paraissait avoir sensiblement la même longueur pour tous les genres de courroies expérimentées : il en résultait la possibilité de calculer :

⁽¹⁾ Comptes rendus, 191, 1930, p. 1445, et Bull. Ing. civ. Fr., 7 et 8, juillet août 1932, p. 825.

1° le coefficient k pour une courroie quelconque sans avoir à mesurer son arc critique;

2º la distance y_0 de la poulie à la lamelle neutre de la courroie par une formule directement tirée de l'équation d'équilibre des forces appliquées à un élément de courroie au voisinage de l'azimut critique où y_0 est exprimé en fonction de ce coefficient k et d'autres données fournies par l'expérience, et dont nous avons donné l'expression pour le cas de courroies homogènes (2).

Or des expériences sur une courroie nouvelle de très grand coefficient d'adhérence montrèrent un arc critique sensiblement moitié du précédent, ce qui infirmait le principe précédemment invoqué ainsi que toutes ses conséquences.

Cette constatation m'a amené à reprendre l'étude théorique de la montée d'une courroie sur la poulie, et puisque la distance de la ligne neutre à la poulie dépend du coefficient k, il fallait établir une deuxième équation pour les déterminer l'un et l'autre.

Cette deuxième équation nous est fournie en appliquant le principe de la conservation d'énergie au segment de courroie compris entre deux sections normales à son mouvement longitudinal, l'une dans le brin avant sa montée sur la poulie, l'autre infiniment voisine de l'azimut critique à partir duquel la courroie devient adhérente. Les échanges d'énergie entre ce segment et le milieu ambiant se font en réalité et ne peuvent se faire que par le travail des tensions appliquées aux extrémités du segment et par le frottement de la courroie sur la poulie; les échanges calorifiques par conductibilité et par la résistance de l'air ayant une importance négligeable devant le pliage de la courroie quand elle aborde la poulie.

Si Δ_e est la distance de la poulie au point d'application de la résultante T_e sur l'azimut critique, des diverses tensions élémentaires appliquées aux lamelles d'épaisseur infiniment petite dy qui composent la courroie, y_0 la distance de la ligne neutre à la poulie sur l'azimut critique, T_0 la tension du brin avant la montée sur la poulie, le principe de la conservation d'énergie se réduit, en tenant compte de l'équation bien connue de l'équilibre des forces appliquées au segment, à l'expression

(1)
$$\widetilde{\mathbf{T}}_c \Delta_c - \mathbf{T}_0 \gamma_0 = \mathbf{P} \gamma_0 \Theta_0 k + \frac{d\mathbf{U}}{d\alpha}.$$

⁽²⁾ Comptes rendus, 204, 1937, p. 106.

où P est une fraction de l'unité de l'ordre d'un tiers,

$$\Theta_0 = \mathrm{T}_0 - m \mathrm{V}^2;$$

- k, le coefficient de renforcement, dU l'accroissement d'énergie d'un élément de courroie qui passe, de la forme parallélipipède rectangle qu'il a pris dans le brin avant de monter sur la poulie, à la forme de segment de cylindre renfermé dans l'angle $d\alpha$ qu'il affecte à l'azimut critique.
- $T_c\Delta_c-T_0y_0$ et $dU/d\alpha$ peuvent être exprimés en fonction des coefficients a et b de l'expression $E=a+b\lambda$ du module d'élasticité en fonction de l'allongement spécifique λ de l'unité E de longueur de la courroie.

En remplaçant, dans l'équation (1) fournie par le principe de la conservation d'énergie, y_0 , distance de la ligne neutre à la poulie, par sa valeur tirée de l'équation d'équilibre des forces appliquées à un élément de courroie voisin de l'azimut critique, dont l'expression pour une courroie à module constant a été donnée dans ma Note précitée; en supposant d'autre part qu'une section plane normale au mouvement d'ensemble de la courroie, reste plane dans la zone critique, on obtient l'expression du coefficient de renforcement k de la tension qui permet d'énoncer les lois suivantes, que mes expériences antérieures avaient fait pressentir ou révélées partiellement :

- A. Le coefficient de renforcement est sensiblement proportionnel au rapport e/R de l'épaisseur de la courroie au rayon de la poulie;
- B. Pour une courroie donnée, la longueur de l'arc critique sur lequel glisse la courroie avant d'adhérer à la poulie, a sensiblement la même valeur, quel que soit le rayon de la poulie;
- C. Mais, contrairement à ce que j'avais conclu empiriquement de mes expériences sur les courroies cuir, soie, coton, balata, caoutchouc, l'arc critique n'a pas la même longueur pour toutes les courroies.

L'étude théorique montre, et l'expérience confirme qu'en première approximation:

- 1° cet arc est proportionnel à l'épaisseur de la courroie et varie en raison inverse du coefficent du frottement dans la zone critique;
- 2° l'arc critique n'existe pas, autrement dit la courroie adhère dès le premier contact, si son module d'élasticité garde une valeur constante indépendante de l'allongement spécifique.

ASTROPHYSIQUE. — Dédoublement de raies nébulaires dans le spectre de Nova Herculis 1934. Note de M. DAVID BELORIZKY, présentée par M. Aymar de La Baume Pluvinel.

Nova Herculis présente actuellement des particularités spectrales remarquables. Toutes les raies, dans la région visuelle, se sont affaiblies sauf N. (5007 Å) et N₂ (4050 Å). La raie de beaucoup la plus forte est N₄, et ensuite, dans l'ordre des densités photographiques, N2, 4363, puis les raies de l'hydrogène. Il suffit de poser 15 minutes avec notre prisme-objectif de Marseille pour avoir, avec des plaques superfulgur, les raies N, et N, bien nettes. Pour obtenir les raies 4363 et celles de l'hydrogène, il faut poser au moins 1 heure, la magnitude de l'étoile étant 7,8 environ.

Nous avons constaté depuis le milieu d'octobre 1936 le dédoublement de raies N₁ et N₂. Ce dédoublement s'est accentué en novembre et persiste toujours. Il est plus prononcé pour N, que pour N2. La distance entre les centres de deux composantes est de 7 à 8 Å.

Il est remarquable que la raie 4363, qui appartient cependant à la même série que les raies N, et N, (raies interdites de O III), ne soit pas dédoublée, Les raies de l'hydrogène non plus.

On ne peut pas expliquer de dédoublement par la différence de vitesse radiale des deux composantes de la Nova car leur déplacement mutuel est assez régulier. Suivant les mesures des observatoires américains, la distance entre ces deux composantes était en juillet 1935 de 0",25, en avril 1936 de o",30 et en septembre 1936 de o",36, l'angle de position étant toujours 140° environ. Si le dédoublement des raies nébulaires était dû à la différence de vitesse radiale des deux composantes de la Nova, il se serait montré depuis longtemps et aurait aussi affecté les autres raies.

L'explication la plus vraisemblable nous paraît être la suivante :

La nébuleuse, formée par les gaz issus de l'étoile, est animée d'un mouvement de rotation. Les raies N, et N, se forment dans la couche extérieure, tandis que la raie 4363, ainsi que les raies de l'hydrogène, proviennent de couches plus profondes. A l'extérieur de la nébuleuse, la vitesse linéaire de la rotation est plus élevée : elle se traduit par le dédoublement de raies provenant de ces régions. D'ailleurs, on sait, par les spectres de plusieurs nébuleuses planétaires obtenus au prisme-objectif, que leurs images avec les raies N, et N2 ont, en général, des dimensions plus grandes qu'avec leurs autres raies. Ainsi le dédoublement des raies N₁ et N₂, et d'elles seules, devient donc tout à fait naturel.

Nova Herculis ne présente pourtant pas de disque de dimensions appréciables : il faut en chercher la cause dans sa très grande distance.

La vitesse de rotation des couches extérieures de la nébuleuse qui entoure l'étoile atteint au moins 220 km/sec.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — Sur la théorie du deuton; interaction protonneutron d'allure exponentielle. Note de M. Théodore Kahan, présentée par M. Louis de Broglie.

Les forces d'interaction proton-neutron dans le deuton (noyau de l'hydrogène lourd) sont des forces d'échange soit du type Majorana (forces indépendantes des directions relatives des spins), soit du type Heisenberg (forces dépendantes des spins relatifs). On démontre d'autre part que le deuton ne peut posséder d'états excités stables différant de l'état fondamental (nombre quantique azimutal l=0) par leurs mouvements orbitaux si l'on fait abstraction du spin et si l'on admet l'existence de grandes forces intranucléaires à rayon d'action fini.

Toutefois, il y a lieu de prévoir l'existence d'un second état du deuton qui diffère de l'état fondamental par le spin total. Dans l'état fondamental, en effet, le spin du deuton (exprimé en $h/2\pi$) est une unité c'est-à-dire que les spins du proton et du neutron sont parallèles. Il peut donc y avoir un état avec spins antiparallèles des deux corpuscules, et par suite, caractérisé par un spin total nul. Ce second état est un état simple (poids statistique 1) tandis que l'état fondamental est un état triple (triplement dégénéré à cause des trois orientations possibles du spin total par rapport à un champ magnétique).

Si l'on admet seulement une interaction du type Majorana, les énergies de l'état triple et de l'état simple sont approximativement égales. Leur différence ne serait alors due qu'à une interaction magnétique entre les deux spins. En supposant une telle interaction entre les moments magnétiques, on arrive à une différence d'énergie d'environ 100 e.V (électronvolts) entre les deux états du deuton. Or il y a de fortes raisons d'ordre expérimental pour penser que le niveau énergétique de l'état triple est d'environ 2.106 e.V plus profond que le niveau de l'état simple. L'interaction magnétique seule est donc impuissante à rendre compte de cette

énorme différence. On est ainsi conduit à admettre que les forces nucléaires dépendent dans une certaine mesure des directions relatives des spins du proton et du neutron; en d'autre termes, à côté de l'interaction principale du type Majorana, il existe des forces d'échange plus faibles du type Heisenberg.

Si nous désignons alors par M(r) le potentiel de Majorana et par H(r) celui de Heisenberg, l'équation de Schrödinger, relative à notre problème, s'écrira (1)

(1)
$$\Delta R(r) + \frac{4\pi^2 m}{h^2} ER(r) = \frac{4\pi^2 m}{h^2} [M(r) \pm H(r)] R(-r),$$

où le signe + est relatif à l'état triple et le signe - à l'état simple. Comme l'état triple est plus profond que l'état simple, il faut que M(r) et H(r) soient tous deux négatifs (- E, énergie de liaison du deuton; m, masse du neutron).

J'admets que le potentiel d'interaction de Majorana est de la forme (critère de potentiel exponentiel)

$$M(r) = -V_1 \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

et l'interaction du type Heisenberg

$$H(r) = -V_2 \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

avec

$$a$$
 (rayon d'action) $\rightleftharpoons 2.10^{-13}$ cm.

Dans ces conditions, l'équation de Schrödinger (1) se transforme en une équation différentielle de Bessel dont la solution est du type $J_{\rho}(x)$ d'ordre p, avec

$$x = \frac{4\pi a}{h} \sqrt{m} \sqrt{V_1 \pm V_2} \exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$$

et

$$p = \frac{4\pi a}{h} \sqrt{-Em}.$$

Comme la fonction R(r) doit s'annuler à l'origine (r=0) (1), j'obtiens les deux conditions suivantes pour V_1 et V_2

$$(-E_t = 2, 15.10^6 \text{ e.V}, -E_s = 4.10^6 \text{ e.V}),$$

$$\mathbf{J}_{p_s} \left[\frac{4\pi a}{h} \sqrt{m} \sqrt{V_1 + V_2} \right] = 0 \quad \text{avec} \quad p_4 = \frac{4\pi a}{h} \sqrt{-E_t m}$$

⁽¹⁾ Les détails des calculs paraîtront dans un autre Recueil.

et

$$J_{p_2}\left[\frac{4\pi a}{h}\sqrt{m}\sqrt{V_1-V_2}\right]=0$$
 avec $p_2=\frac{4\pi a}{h}\sqrt{-E_s m}$.

En utilisant les Tables de fonctions de Jahnke-Emden pour le calcul des racines de $J_p(x)$, je tire des conditions ci-dessus :

$$V_1 = 26.10^6 \text{ e}.V$$
 et $V_2 = 8,8.10^6 \text{ e}.V$.

L'interaction du type Heisenberg est donc trois fois plus faible que l'interaction du type Majorana.

ACOUSTIQUE. — Sur l'absorption des ondes ultrasonores dans le benzène.
Note de M. Ernest Baumgardt, présentée par M. Paul Langevin.

Dans le calcul des coefficients d'absorption du son par les liquides intervient, outre la viscosité, la conductibilité thermique; mais, pour la plupart des liquides, l'influence de cette dernière est négligeable. Dans le cas du benzène, seulement 4 pour 1000 de la valeur du coefficient d'absorption du son sont dus à la conduction de chaleur.

D'après G. Stokes (†) et en tenant compte seulement de la viscosité, ce coefficient a comme valeur

$$\alpha_a = \frac{2 \eta \omega^2}{3 \rho V^3},$$

où ω est 2π fois la fréquence du son, η le coefficient de viscosité et ρ la densité, V désignant la vitesse du son dans le liquide.

Des mesures de P. Biquard (2), basées sur le phénomène de la diffraction de la lumière par les ultrasons, il sort que les coefficients d'absorption mesurés sont toujours beaucoup plus grands que les coefficients calculés. Ces mesures portent sur des ultrasons dont la fréquence N varie entre 4,8 et 11,1.10° cycles/sec et montrent que dans ce domaine, l'absorption du son par le benzène est environ 100 fois plus grande que ne le prévoit la théorie. Il serait intéressant de descendre en fréquence, mais la méthode optique adoptée par Biquard ne le permet guère.

Au cours de mesures d'exploration de champs ultrasonores, j'ai pu déterminer les coefficients d'absorption du son dans le benzène, pour les fré-

⁽¹⁾ Cambridge Trans., 8, 1845, p. 287.

⁽²⁾ Thèse, 1935, Paris, p. 66, chara an agail mar dichequilme las colt elle child again a D

quences suivantes:

J'ai mesuré la pression qu'exercent les ultrasons émis par un disque de quartz piézoélectrique logé au fond d'une cuve, sur un cône en laiton mince, rempli d'air et dont le diamètre de base est sensiblement supérieur au diamètre du quartz émetteur. Dans ces conditions, les ondes ultrasonores émises par le quartz sont pratiquement des ondes planes et l'on peut varier la distance entre le cône et le quartz, sans que des ultrasons passent à côté du cône. La démonstration théorique du phénomène de la pression de radiation et de l'émission d'ondes dirigées a été donnée par M. Langevin (3) dans son cours au Collège de France en 1923.

Le cône en laiton est fixé au fléau d'une balance et sa distance du quartz peut être variée. Le fléau porte un miroir et l'on observe un spot lumineux sur une échelle de galvanomètre disposée verticalement. Des couches de feutre disposées aux parois intérieures de la cuve absorbent 100 pour 100 les ultrasons réfléchis obliquement par le cône, ce qui empêche la formation d'ondes stationnaires.

La puissance P des ultrasons diminue avec la distance du quartz émetteur suivant la relation

$$\mathbf{P}_2 = \mathbf{P}_4 e^{-2\alpha_0(x_2 - x_3)},$$

 P_1 étant la puissance ultrasonore à x_1 cm, P_2 la puissance à x_2 cm du quartz.

Le tableau suivant présente les valeurs de α_a/N^2 , correspondant aux différentes fréquences N explorées. Les valeurs données par Biquard sont marquées d'un astérisque.

N	T	$\alpha_a/N^2 \exp$	α_a/N^2 théor. à 20°,
8,675.105	22	(1205.10-17)	8,66.10-17
1,463.106	22,5	888.10~17))
2,072.106	22,5	923.10-17	, »
4,777.106	22,5	· 867.10-17*/	»
7,958.106	17	916.10-17*	~ »
11,14.10	7 19	806.10 ^{-17*}	>>

Dans le domaine de fréquences comprises entre 1,5.106 et 11.106, α_a/N^2 ne varie que très peu. Ces variations peuvent être dues à des erreurs

⁽³⁾ P. BIQUARD, Rev. d'Acoust., 1, 1932, p. 105-332.

d'observation. En effet Biquard (loc. cit., p. 67) indique une erreur maximum de 10 pour 100 et c'est aussi l'erreur maximum de mes mesures, exceptée celle correspondant à la fréquence la plus basse (dans le tableau, entre parenthèses). A cette fréquence, les erreurs de lecture deviennent très importantes, à cause de la faible absorption. On peut donc seulement affirmer qu'à la fréquence de $8,675.10^{8}$, α_{a}/N^{2} n'est certainement pas plus petit qu'entre $1,5.10^{6}$ et 11.10^{6} cycles/sec.

Je me propose de continuer cette étude vers des fréquences plus basses, ce qui sera possible en diminuant les vibrations parasitaires des instruments de mesure et en utilisant des liquides rigoureusement dégazés, les ultrasons dégageant vigoureusement les gaz dissous, dès que leur fréquence descend à quelques centaines de kilocycles.

Depuis la rédaction de cette Note, j'ai eu connaissance d'un travail publié récemment par MM. J. Claeys, J. Errera et H. Sack (*) qui, entre 287 et 2030 kilocycles, trouvent sensiblement les mêmes valeurs de α_a/N^2 que Biquard et moi-même.

THERMOÉLASTICITÉ. — Nouvelles propriétés des ondes élastiques thermiques des liquides. Note de M. René Lucas, présentée par M. Paul Langevin.

Suivant les idées de M. P. Debye (') on peut considérer l'agitation thermique des atomes des corps solides et liquides comme le résultat de la superposition d'ondes élastiques parfaitement diffusées. Dans le cas des liquides où l'on n'envisageait que des ondes longitudinales, j'ai indiqué récemment (2) la nécessité de tenir compte de l'existence d'ondes transversales liées aux propriétés de viscosité.

La pression de radiation des ondes élastiques thermiques a fait l'objet de travaux théoriques de H. A. Lorentz (3) et de L. Brillouin (4), mais la mise en évidence expérimentale et la mesure de cette pression n'avait pas encore été indiquées.

La présente Note décrit une expérience qui établit l'existence des

^(*) Trans. Faraday Soc., 33, 1937, p. 136-141.

⁽¹⁾ Ann. der Phys., 4° série, 39, 1912, p. 798.

⁽²⁾ Comptes rendus, 203, 1936, p. 773. (3) Proc. Amsterdam, 19, 1917, p. 1324.

^(*) Thèse, Paris, 1921; Journ. de Phys., 6, 1925, p. 337; Ann. de Phys., 4, 1925, p. 528.

pressions de radiation des ondes élastiques thermiques des liquides, à l'aide du dispositif suivant.

Une palette de Rayleigh, analogue à celles utilisées pour observer les pressions de radiation des ultrasons, est constituée par un cylindre creux en verre portant deux bases circulaires de métal. Cet appareil, lesté et rempli d'air est suspendu au fléau d'une balance et immergé dans le liquide utilisé (eau par exemple), de manière à ce que les bases du cylindre soient horizontales. Le récipient renfermant l'eau peut être refroidi par la base à l'aide d'une circulation extérieure.

Avec ce dispositif on peut établir, sans créer de courants de convection, une inégalité de température entre les deux faces de la palette. Par suite de la présence d'air dans la palette, les ondes élastiques thermiques du liquide sont presque complètement réfléchies par les bases métalliques.

La face supérieure de la palette (à température plus élevée) doit être soumise à une plus grande pression de radiation que la face inférieure. C'est bien ce que confirme l'expérience en procédant de la manière suivante.

On commence par équilibrer la balance lorsque l'ensemble est à une température uniforme, puis on refroidit rapidement par le bas l'eau du récipient.

Dans ces conditions et bien que l'augmentation de densité de l'eau (refroidie vers 6°C.) crée une poussée supplémentaire vers le haut, on constate que la palette est d'abord soumise à une force qui l'attire vers le bas (paroi froide).

Au bout d'un temps d'environ 10 à 20 minutes suivant les conditions, l'accroissement de poussée d'Archimède dû à l'augmentation de densité masque la force observée primitivement.

Avec une palette ayant pour dimension 5^{cm} de diamètre et 5^{cm} de hauteur et pour des écarts de températures de 10°C. entre les deux faces de la palette l'attraction vers le bas correspond à une force de 0^s,008 environ.

J'ai constaté, à l'aide d'une palette de dimensions semblables à celles de la précédente mais en métal massif (c'est-à-dire conduisant bien la chaleur ou les ondes élastiques thermiques), que l'effet de pression de radiation ne s'observait plus.

J'ai également vérifié qu'avec des liquides autres que l'eau des effets analogues se présentaient mais dans des conditions moins favorables à l'observation car pour ces liquides l'accroissement de poussée d'Archimède liée aux changements de densité est, pour un même écart de température sensiblement plus important.

Des expériences sont en cours avec un dispositif amélioré pour obtenir des résultats numériques plus précis.

ÉLECTRICITÉ ET HYDRODYNAMIQUE. — Tourbillons électroconvectifs dans une nappe liquide. Note (') de MM. Douchan Avsec et Michel Luntz, présentée par M. H. Villat.

Nous avons indiqué (²) l'origine des tourbillons électroconvectifs qui se produisent dans un fluide soumis à un champ électrostatique. Il faut, pour que ces tourbillons puissent apparaître, que le fluide possède un certain degré d'ionisation, sans être bon conducteur.

L'aspect géométrique des tourbillons électroconvectifs dépend essentiellement de la forme et de la disposition des électrodes, de l'intensité du champ des forces électrostatiques et de la viscosité du fluide. Nous donnerons dans cette Note la description des tourbillons se produisant dans une nappe de liquide, limitée par un fond horizontal et par sa surface libre.

Conditions expérimentales. — Nous avons utilisé, comme source de haute tension, une machine électrostatique Wimshurst, à dix disques, qui donnait un courant de 200 à 300 \(\text{\mu} \). A sous une centaine de kilovolts. Les liquides employés dans la plupart de nos expériences étaient l'huile industrielle et l'huile de vaseline. Mais quelques essais ont été faits également avec l'essence de pétrole (trop inflammable), la glycérine pure (trop conductrice), l'eau distillée (pas assez visqueuse), etc.

Mode opératoire. — L'huile est contenue dans un récipient métallique plat, l'épaisseur du liquide étant comprise entre 2 et 30^{mm}. Cette cuve est reliée à un pôle de la machine électrostatique. L'autre pôle de la machine aboutit à une tige pointue, placée à 30^{cm} au-dessus du liquide. Les fuites provenant de cette tige produisent une ionisation de l'air au-dessus de la cuve. Très souvent, d'ailleurs, les fuites provenant de la machine électrostatique suffisent à ioniser l'air, et il est alors possible de supprimer la pointe. L'action de flammes ou de rayons X pourrait produire aussi une ionisation suffisamment intense de l'air.

⁽¹⁾ Séance du 1er février 1937.

⁽²⁾ Comptes rendus, 203, 1936, p. 1140.

Description des phénomènes tourbillonnaires. — Dès que la machine électrostatique est mise en marche, la couche de l'huile se divise en un réseau de compartiments polygonaux (hexagonaux, dans le cas idéal) et fermés. A l'intérieur de chaque cellule on reconnaît un mouvement tourbillonnaire analogue à celui de tourbillons thermoconvectifs de H. Bénard.

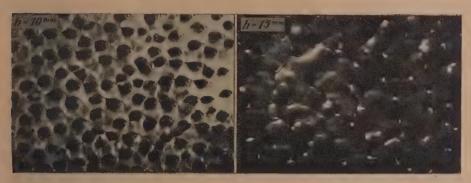


Fig. 1, 197 Fig. 2.

Nous donnons ici un tableau comparatif mettant en évidence les propriétés caractéristiques de ces deux genres de tourbillons.

Propriétés .	Tourbillons cellulaires
caractéristiques.	thermoconvectifs. électroconvectifs.
Division de la lame liquide	soit cellules polygonales (dont le cas idéal serait constitué par des cellules hexagonales), soit « tourbillons-chenilles » (3)
Relief de la surface libre	dénivellations de l'ordre dénivellations compa- de quelques µ rables à l'épaisseur du liquide
Vitesse moyenne du mouvement interne	de l'ordre de mm/sec de l'ordre de cm/sec
Mouvement suivant les axes ver- ticaux des cellules	toujours ascendant deux cas: a, descendant; b, ascendant
Mouvement suivant les parois verticales des cloisons	

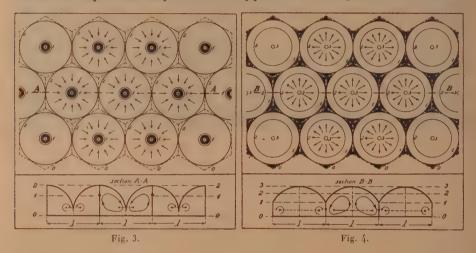
On voit qu'il existe une seule variété connue de tourbillons thermocon-

^(*) Notice sur les Travaux : scientifiques de H. Bénard, Paris, 1926, p. 15-16.

vectifs; par contre, on observe deux variétés de tourbillons électroconvectifs:

- a. les tourbillons à mouvement descendant le long de leurs axes verticaux et ascendant le long des parois des cloisons;
- b. les tourbillons à mouvement ascendant suivant les axes et descendant suivant les cloisons.

Les photographies 1 et 2 montrent les deux aspects possibles de la surface du liquide correspondant aux types a et b. Les figures 3 et 4 donnent



les lignes de niveau de la même surface et les coupes verticales de la nappe, à désignant le petit diamètre de la cellule hexagonale. Les lieux où la surface est le plus fortement dénivelée sont noircis.

ÉLECTROCHIMIE. — Potentiel du cuivre dans les solutions de benzène sulfonate de cuivre. Note de Mile Marguerite Quintin, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai déterminé le potentiel E_{cu} du cuivre dans les solutions de benzène sulfonate de cuivre à partir des mesures de la force électromotrice (f. e. m.) E de la chaîne

— Cu (amalgame deux phases) | (C⁰ H⁵ SO³)² Cu, · c | K Cl sat. | K Cl o, 1 N | Hg² Cl², Hg₊ à différentes concentrations c.

En tenant compte du potentiel de l'électrode au calomel décinormale et en négligeant le potentiel de jonction (C'H'SO')2 Cu, c|KCl| sat., on a

$$E_{Cu} = E_0 - \frac{RT}{2 \mathcal{F}} \operatorname{Log} cf_+,$$

 f_+ désignant le coefficient d'activité de l'ion Cu^{++} , et E_0 le potentiel normal (potentiel dans une solution d'activité $cf_+=1$).

La f. e. m. E est mesurée par la méthode d'opposition à un dixième de millivolt en utilisant un galvanomètre sensible à 3.10-11 ampères.

Le benzène sulfonate de cuivre (1) est préparé en ajoutant à une solution concentrée de benzène sulfonate de baryum la quantité nécessaire d'une solution concentrée de sulfate de cuivre; le benzène sulfonate de baryum étant lui-même obtenu par action d'un excès de carbonate de baryum sur une solution diluée d'acide benzène sulfonique. Ces deux benzène sulfonates sont purifiés par trois cristallisations successives.

L'amalgame de cuivre est préparé par électrolyse; le mercure distillé trois fois; l'eau bidistillée (pH \pm 6,95, conductivité $1,2 \times 10^{-6}$); tous les autres produits sont des produits Merck.

L'électrode au calomel décinormale est fréquemment comparée à trois électrodes au calomel (KCl sat. KCl 1N, KCl 0, 1N) servant d'éléments de référence. L'électrode à amalgame de cuivre est montée dans un vase à tubulures permettant d'effectuer un barbotage d'azote dans la solution de benzène sulfonate, puis d'éviter toute rentrée d'air lorsque le courant gazeux est arrêté. La jonction entre les deux compartiments est établie grâce à deux siphons successifs à robinets fermés. L'ensemble est placé dans un thermostat à air réglé à 25° ± 0°, 1.

Pour chaque concentration, il est construit au moins quatre piles différentes. En l'absence d'oxygène l'équilibre du potentiel est atteint en moins d'une heure et il reste constant pendant plus de vingt-quatre heures. La force électromotrice est reproductible, l'écart maximum par rapport à la moyenne est rarement de plus de deux dixièmes de millivolts.

Le tableau ci-dessous résume l'ensemble des résultats obtenus.

c (mol-g/litre),	0,1	0,05.	0,02	0,01.	0,005.	0,002.	0,001.
E (10-4 volt)	352	425	522	598	672.	.77×	844
E _{Cu} (10-4 volt)	-3024	2951	2854	2778	2704	2605	2532
E'_0 (10 ^{-t} volt)	3320*	3336	3356	3369	3384	3 403	3419

⁽¹⁾ A. FREUND, Ann. der Chem., 120, 1861, p. 80.

Le potentiel normal E_0 se détermine assez aisément par la méthode d'extrapolation de Lewis. Si l'on représente, en effet, les variations de la quantité: $E_0 = E_{co} + [RT/2\mathcal{F}] \log c$ en fonction de $\sqrt{6}c$, racine carrée de la force ionique, on obtient une courbe qui pour les deux plus grandes dilutions comporte une portion rectiligne ayant une pente très voisine de la valeur $2RTB/\mathcal{F}$ imposée par la loi limite de Debye et Hückel (lorsque $c \to 0$, $\log f_+ \to -4B\sqrt{6c}$, $E_0 \to E_0 \to [2RT/\mathcal{F}]B\sqrt{6c}$). En prolongeant cette partie jusqu'à l'axe des ordonnées on obtient: $E_0 = -3454 \times 10^{-4}$ volt.

Le résultat ci-dessus permet d'entrevoir que la théorie de Debye et Hückel doit s'appliquer aux solutions de benzène sulfonate de cuivre, du moins dans la région des grandes dilutions.

SPECTROSCOPIE. — Sur la structure des spectres Sb VI et Te VII. Note de MM. Léon et Eugène Bloch.

Au cours d'un récent travail sur Les spectres du soufre et du tellure dans l'ultraviolet lointain (1), nous avons signalé que le spectre du tellure présente dans la région extrême trois raies intenses qui semblent devoir être, d'après la loi d'analogie des spectres isoélectroniques, les trois raies fondamentales du spectre Te VII. Il s'agit des trois raies suivantes:

		16	y 11.		
	· Symbole.	λ.	Int.	N.`	ΔΝ.
	$({}^{4}S_{0} + {}^{3}P_{4} + \dots + {}^{3}P_{4} +$	237,54			200
(1)	$\left\{ {}^{4}S_{0}-{}^{4}P_{1},\ldots,$			430348	9366
	$\mathbb{I}_{S_0} = {}^{\mathfrak{I}} \mathbb{D}_4$			438904	8556

L'attribution que nous proposions pour ces raies était faite avec quelque réserve. D'une part, les raies en question, qui s'observent fréquemment en second et même en troisième ordre, nous semblaient d'une intensité trop forte pour appartenir à un spectre d'une excitation aussi élevée que Te VII. D'autre part les différences de fréquence ${}^{3}P_{1}$ — ${}^{4}P_{4}$ =9366 et ${}^{4}P_{1}$ — ${}^{3}D_{4}$ =8556 devraient se retrouver entre divers couples de raies provenant de transitions entre certains termes de la configuration 6 d^{9} 7 s et les trois termes ${}^{3}P_{4}$, ${}^{4}P_{4}$,

⁽¹⁾ L. et E. Bloch, Journ. de Phys. et Le Radium, 6, 1933, p. 441.

³D₁, dérivant de la configuration $6d^97p$. Ces transitions ont été spécifiées par Schæpfle (²), et les différences de fréquence 9366 et 8556 sont incompatibles avec son tableau. Les nombres correspondants proposés par Schæpfle sont 8842 et 7248.

De nouvelles recherches expérimentales, que nous avons entreprises avec l'aide de M. Félici, sur le spectre de l'antimoine, nous permettent d'être moins réservés et viennent directement à l'appui de l'interprétation exprimée dans le Tableau (1).

Le spectre de l'antimoine dans l'ultraviolet extrême présente lui aussi trois raies d'une intensité exceptionnelle, qui sont encore très fortes en second ordre. Ces raies se placent bien dans la région où l'analogie permet de prévoir les raies fondamentales de Sb VI, spectre précédant immédiatement Te VII dans la série isoélectronique qui part de Pd I. Le tableau suivant est l'analogue de celui qui a été dressé plus haut pour Te VII.

			Sb VI.			
	Symbole.					
AIL)	${}^{1}S_{0} - {}^{3}P_{1}$	•	292,33	. 10%	342074	8920
(11)	${}^{1}S_{0} - {}^{3}D_{1} \dots$		279,77	15	35 7 439	6445

Ici encore, les nombres donnés par Schæpfle dans son analyse du spectre Sb VI sont incompatibles avec notre tableau. Le nombre 8950 peut à la rigueur être considéré comme équivalent à notre nombre 8920, mais l'écart entre 5950 et 6445 est certainement inadmissible.

Nous nous sommes appuyés sur les tableaux qui précèdent et sur des mesures encore inédites du spectre de l'antimoine faites avec la collaboration de M. Herreng, pour rechercher l'ensemble des combinaisons présentes dans Sb VI entre les termes pairs les plus profonds $d^{10}({}^{4}S_{0})$, $d^{9}s$ (${}^{3}D_{3}$, ${}^{3}D_{2}$, ${}^{3}D_{4}$, ${}^{4}D_{2}$) et les termes impairs $d^{9}p$ (${}^{3}F_{4}^{0}$, ${}^{3}F_{3}^{0}$, ${}^{3}F_{2}^{0}$, $-{}^{3}D_{3}^{0}$, ${}^{3}D_{2}^{0}$, ${}^{3}D_{1}^{0}$, $-{}^{3}P_{2}^{0}$, ${}^{3}P_{1}^{0}$, ${}^{3}P_{0}^{0}$, $-{}^{4}F_{3}^{0}$, ${}^{4}D_{2}^{0}$); les raies correspondantes de Te VII sont empruntées à notre travail déjà cité. Les résultats de notre analyse sont rassemblés dans les tableaux suivants, qui diffèrent considérablement des analyses proposées jusqu'ici.

⁽²⁾ Schoepfle, Phys. Rev., 43, 1935, p. 742.

	Sb VI.				Te VII.	
2	1338,06	7D,-8P0		I	1188,92	¹ D ₂ —: P ⁰ ₃
2	1283,97	1D, -4F0		1	1144,69	$^{2}D_{1} = {}^{3}P_{2}^{0}$
0	1167,42	$^{1}D_{2} - {^{3}P_{4}^{0}}$		2	1035,81	$^{\circ}\mathrm{D_{2}}\odot^{\circ}\mathrm{P}_{2}^{0}$
2	1160,09	$^{1}D_{2} - ^{3}D_{2}^{0}$		00	1027,82	$^{1}\mathrm{D}_{2}-^{3}\mathrm{D}_{2}^{0}$
7	1133,73	${}^{3}\mathrm{D}_{3}$ — ${}^{3}\mathrm{P}_{2}^{0}$		_ I	1004,90	$^{3}\mathrm{D}_{2}$ — $^{3}\mathrm{F}_{3}^{0}$
6	1128,63	$^{3}\mathrm{D}_{2}-^{3}\mathrm{F}_{3}^{0}$		3	1004,45	${}^3\mathrm{D}_3 - {}^3\mathrm{P}_2^0$
4	1119,21	$^{3}\mathrm{D_{4}}-^{3}\mathrm{D_{2}^{0}}$		00	975,42	⁸ D ₃ — ³ F ⁰ ₃
4	1094.71	$^{3}\mathrm{D}_{3}$ $^{3}\mathrm{F}_{3}^{0}$		00 <i>d</i>	945,43	$^{-1}\mathrm{D}_{2}$ $^{-3}\mathrm{D}_{3}^{0}$
2	1092,31	$^{1}\mathrm{D}_{2}$ $- ^{3}\mathrm{F}_{2}^{0}$		70	934,79	$\int {}^{3}D_{4} - {}^{3}F_{2}^{0}$
L	1075,06	${}^{1}D_{2}$ — ${}^{3}D_{3}^{0}$		00	904,79	1 1 1 2 2 1 2 2 2
2d	1056,90	¹ D ₂ - ¹ P _† ⁰		00	924,89	³ D ₄ — ³ P ₀
2d	1056,22	$^{8}D_{4} - ^{3}F_{2}^{0}$		3	924,32	¹ D ₂ — ³ P ₄ ⁰
00	1052,39	³ D ₁ - ³ P ₀		1	911,51	$^{2}D_{1}^{2}-^{2}D_{0}^{2}$
0	1037,33	³ D ₂ - ³ P ₄ ⁰		od	908,09	³ D ₂ — ³ P ₄
2	1032,01	$^{3}D_{2}-^{3}D_{0}^{2}$		0	907.13	⁵ D ₄ — ⁴ P ₁ ⁰
4	1009,80	${}^{1}\mathrm{D}_{2}-{}^{1}\mathrm{F}_{3}^{0}$		0	885,55	· ¹ D ₂ — ¹ F ₃
5	999,51	${}^3\mathrm{D}_3$ — ${}^3\mathrm{F}_4^0$		3	877,54	³ D ₃ — ³ F ₄
ood	989,75	¹ D ₂ ³ D ₁ ⁰		00	860,93	${}^{3}\mathrm{D}_{2}$ $-{}^{3}\mathrm{F}_{2}^{0}$
4	978,03	${}^{5}\mathrm{D}_{2}$ — ${}^{5}\mathrm{F}_{2}^{0}$	100	00	841,90	${}_{2}\mathrm{D}^{4}$ — ${}_{2}\mathrm{D}_{0}^{4}$
3	964,01	$^{3}D_{2}-^{3}D_{3}^{0}$		4	835,04	$^{2}D^{3} - ^{3}D^{3}$
2	959,63	$^{3}D_{1}$ — $^{3}D_{1}^{0}$		2	754,75	¹ D ₂ ¹ D ₂ ⁰
0	952,36	$^3\mathrm{D}_3$ \longrightarrow $^3\mathrm{F}_2^0$		4	237,54	¹ S ₀ - ³ P ₁ ⁰
Ó	949,40	³ D ₂ — ¹ P ₄ ⁰		10	232,37	¹ S ₀ - ¹ P ₁ ⁰
00	944,68	$^{3}D_{1}-^{4}D_{2}^{0}$		8	227,84	⁴ S ₀ — ³ D ₄ ⁰
3	939,07	³ D ₃ — ³ D ₃				
-I	911,27	$^{3}D_{2}-^{1}F_{3}^{0}$				
4	889,00	*D ₃ 1F ₃				
10	292,33	1S ₀ -3P ₁ ⁰				
20	284,91	⁴ S ₀ - ⁴ P ₄ ⁰				
15	² 79·77	${}^{-1}S_0 - {}^{3}D_1^0$				

SPECTROSCOPIE. — Élargissement de la raie verte (5461 Å Hg) dans les arcs à vapeur de mercure à forte pression. Note (1) de M. Léon Grillet, présentée par M. Aimé Cotton.

La radiation verte du mercure $\lambda = 5460,7$ est considérée comme la plus commode et la plus intéressante pour de nombreuses mesures. Son centre de gravité optique est bien défini pour les lampes à vapeur de mercure à basse pression. Dans le but de déterminer jusqu'à quel point les arcs à vapeur de mercure à pression élevée peuvent être utilisés comme sources

⁽¹⁾ Séance du 1er février 1937.

de radiations monochromatiques, j'ai déterminé la courbe de brillance spectrale de deux de ces arcs.

J'ai étudié l'arc en quartz à grand éclat Gallois R. B. I. alimenté en alternatif (400 watts) et la lampe Philips Philora HP 300. J'ai utilisé: un spectrophotomètre donnant dans la région 5461 Å une dispersion de 22 Å par millimètre (2) et un spectrographe à réseau plan de Rowland de 45000 traits muni d'un téléobjectif sphérocylindrique donnant une dispersion de 0,41 Å par millimètre.

Avec le premier appareil, l'examen à la vue montre déjà que la raie verte donnée par la lampe Philora est très élargie (environ 60 Å), qu'elle est dissymétrique et fortement renversée. Par suite de l'irradiation ce renversement n'est pas visible sur les clichés; il est par contre très visible pour les raies 4358 et 4047. Je compte publier ultérieurement leurs courbes de brillance spectrale. Je n'ai utilisé les résultats obtenus à partir du spectroscope à prismes que comme contrôle de ceux obtenus avec le deuxième appareil.

Avec le spectrographe à réseau, la dispersion est suffisante pour qu'il n'y ait lieu de faire aucune correction de pouvoir de résolution, d'irradiation et de largeur de fente exploratrice. Les clichés ont été pris sur plaque hypersensitive Ilford. Les densités ont été mesurées avec un microphotomètre Fabry et Buisson.

La courbe de répartition spectrale, ou du moins sa partie centrale, est tracée sur la figure. L'axe de la raie verte, déterminé à l'aide d'une lampe Cooper Hewitt en verre, par juxtaposition de spectres, correspond au zéro de l'échelle des longueurs d'onde. Les intensités sont rapportées au centre de la raie renversée prise pour unité.

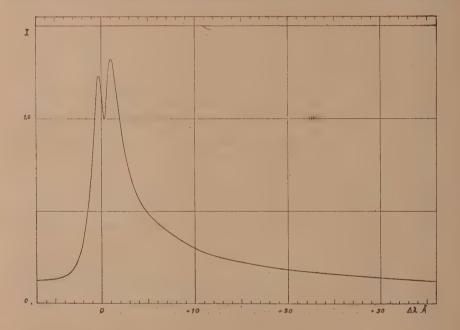
L'axe de la raie renversée est déplacé de 0,3 Å vers le rouge. La dissymétrie des deux maxima qui encadrent cette raie d'absorption indique nettement que le déplacement de la raie d'émission vers le rouge est un peu supérieur (0,4 à 0,5 Å). Il est d'ailleurs possible que le déplacement réel des composantes centrales de la raie verte soit plus considérable. Nous verrons plus loin que dans l'arc R.B.I., l'accroissement d'intensité des satellites de petites longueurs d'onde peut compenser et même inverser le déplacement apparent total.

Étant donné la dissymétrie de la raie et l'intensité du fond continu, il est évident que le centre de gravité d'une bande spectrale qui la contient

^(*) M. DUFFIRUX et LEON GRILLET, Comptes rendus, 195, 1932, p. 419; et Rev. Optique, 12, 1933, p. 425.

dépend non seulement de la largeur de cette bande, mais aussi de la position de ses limites dans l'échelle des longueurs d'onde. En particulier si on isole sur une longueur de 30 Å la partie la plus brillante de la raie le centre de gravité est déplacé de 4,5 Å vers les grandes longueurs d'onde.

J'ai photographié la raie verte donnée par l'arc R.B.I avec le spectrographe à réseau. Cette raie est beaucoup plus étroite, sa largeur totale



ne dépasse pas 0,6 Å. Elle est légèrement renversée. La raie d'absorption coïncide exactement avec la raie principale d'émission de la lampe Cooper Hewitt. Dans la partie où elle est la moins brillante, la raie d'émission est nettement dissymétrique. Son centre de gravité est déplacé vers le rouge de 0,04 Å. Dans la partie la plus brillante (cordon vu en bout) l'accroissement d'intensité des satellites de petites longueurs d'onde qui viennent fusionner avec la raie principale déplace le centre de gravité apparent de 0,1 Å vers le bleu.

L'examen des clichés faits dans des conditions identiques montre que la brillance monochromatique maximum de la raie verte de l'arc R.B.I est supérieure à la brillance maximum de la lampe Philora. Leur rapport, variable suivant les clichés (les deux lampes alimentées en alternatif étant très sensibles aux variations de régime) est voisin de 1,5.

J'ai utilisé la raie verte de la lampe Philora pour les mesures de densité au microphotomètre. Je l'ai isolé au moyen de l'écran verre de didymeacide picrique, corrigé par un écran vert qui réduisait l'étendue du fond continu. Sa très grande intensité totale permet des mesures jusqu'à la densité 5.

Il résulte de l'étude précédente que dans les cas où l'on recherche une radiation monochromatique, la définition de la longueur d'onde efficace de cette raie exige des précautions particulières.

SPECTROCHIMIE. — Les colorants du groupe de l'anthracène et leur capacité photosensible. Note de M¹¹⁰ Hoang thi Nga, présentée par M. Jean Perrin.

Dans une étude précédente, où nous avons cherché à déterminer les groupements responsables du photopotentiel dans la molécule photosensible ('), nous avons eu l'occasion d'examiner quelques colorants du groupe de l'anthracène. Les résultats ont montré, aux erreurs d'expériences près et dans les conditions actuelles de mesure, que les colorants hydroxylés ne donnent pas lieu au phénomène tandis que les colorants aminés sont nettement photosensibles (loc. cit., p. 732), ce qui semble confirmer cette hypothèse que l'effet serait dû aux groupements NH². Mais cette première étude, outre qu'elle a porté sur un nombre restreint de colorants a été faite pour une seule concentration (m/200) qui est la même pour toutes les électrolytes.

Nous avons donc repris cette question en multipliant les substances et en faisant varier dans de larges limites les concentrations des électrolytes utilisés. Nous avons voulu voir si le même fait se reproduirait dans ces conditions, et à cette fin nous avons examiné les colorants suivants dont la constitution relativement simple se prête à une analyse systématique du phénomène:

Colorants oxyanthraquinoniques: alizarine, quinizarine, purpurine, bordeau d'alizarine, acide rufigallique.

Colorants aminoanthraquinoniques: vert d'alizarine cyanine, bleu ciel d'alizarine. Colorants aminoaxyanthraquinoniques: alizarine saphirol.

Comme précédemment, nous avons uniquement tenu compte de l'effet instantané (loc. cit., p. 729). Comme ces substances absorbent dans le

⁽¹⁾ J. Chim. phys., 32, 1925, p. 725.

visible, les expériences ont été faites en lumière blanche. Dans ces conditions, nous avons constaté, comme le montre le tableau ci-joint, que ni la nature, ni la concentration des électrolytes n'exerce une influence sur le caractère photosensible quasi nul des molécules qui ne renferment pas dans leur structure de groupement aminé, ce qui conduit à penser, du moins pour cette série de colorants et pour la précision actuelle des mesures (de l'ordre de 2 à 3 dixièmes de millivolt), que la présence des groupements contenant des atomes d'azote serait nécessaire pour provoquer le phénomène. Les résultats numériques contenus dans le tableau mettent en évidence le fait que les colorants examinés se divisent en deux catégories : l'une renferme des substances nettement photosensibles telles que les colorants aminés, l'autre contenant les corps dont l'effet est nul ou négligeable tel que les colorants hydroxylés.

Photopotentiels en dixièmes de millivolts dans des solutions aqueuses

			dineren	tes conce	ntrations.	
Substances.	Électrolytes.	m/1000.	m/500.	m/200.	m/100.	m/50.
Alizarine	SO4 K2	0	. 0 .	0	2 .	5 12
Purpurine	» .	0	· · I	1.01	I	o
Vert d'alizarine cyanine	» ·	37	34.	- 39	41	35
Alizarine saphirol	»	54	39	45	50	.58
Bleu ciel d'alizarine	· »	42	- 49	55	39	47
Quinizarine	HCO ² Na	· 0	. 0.	· 1.	0	-2
Bordeau d'alizarine	· »	, o	0	0	0	0
Vert d'alizarine cyanine	, » .	. 55	5o	√ 58 °	· 61	57
Alizarine saphirol	· ~ »	43	40	51 🕜	52 +	. 45
Bleu ciel d'alizarine	» ·	61	55	50	57	60
Alizarine	SO ² Na	. 0	0.	0,	. 0 .	~, Q
Acide rufigallique	· '))	-2	· · o ·	~ 'o	~ I	0
Vert d'alizarine cyanine))	49	55	57	59	53
Alizarine saphirol	» ·	52	54	49 ^	46	50
Bleu ciel d'alizarine	, » _	. 44	43	- 40	48	39
Purpurine	ClO ^a K	0	O	~ I	0	0
Bordeau d'alizarine	»,	2 .	0	O	Ó.	o
Vert d'alizarine cyanine	» * (61	. 52	. 54	56	58
Alizarine saphirol	»	49	45	52	55	57
Bleu ciel d'alizarine	»	> 6o	6o.	47	·· 57 ₀ .	52
Quinizarine	CIO+K	0	15.0	11 0 °	0	· · · · ·
Acide rufigallique	, »	-1.	.0	0	. 2	Ó
Vert d'alizarine cyanine	»	39	51	44	49	, 5o
Alizarine saphirol	» ·	47	5 0	51	"(⁵⁵ 5	40
Bleu ciel d'alizarine	»	60	56	. 60	52	-54 -

RADIOCHIMIE. — Sur l'émission du rayonnement ultraviolet au cours de la décomposition lente des azotures. Note de MM. René Audubert et Henri Muraour, présentée par M. Jean Perrin.

Les azotures sont des composés chimiques susceptibles, à une température inférieure à leur température de détonation, de présenter sous l'action de la chaleur une dissociation lente avec libération d'azote que l'on considère, en général, comme un processus simple; ces substances sont presque toujours des composés de formation très fortement endothermique; dans ces conditions la thermolyse doit s'effectuer avec une libération d'énergie considérable. De nombreuses réactions exothermiques, comme l'a montré l'un de nous ('), s'accompagnent d'une émission de rayonnement ultraviolet dont la longueur d'onde peut atteindre 2000 Å; aussi est-il logique d'admettre qu'une fraction de l'énergie mise en jeu lors de la dissociation des azotures peut apparaître sous forme de grands quantas lumineux. C'est pourquoi, nous avons pensé qu'il était intéressant d'étudier les dissociations thermiques de ces substances au moyen de compteurs photoélectriques de haute sensibitité mis au point antérieurement et capables (2) de déceler de très faibles quantités d'énergie lumineuse (quelques photons par seconde et par centimètre carré).

L'expérience a été faite en utilisant un photo-compteur à CuI; la sensibilité spectrale de cette photocathode (3) croît constamment depuis 2560 Å environ jusqu'à 2000 Å sans présenter de maximum, la longueur d'onde moyenne de la sensibilité étant approximativement de 2150 Å.

La sensibilité globale des cellules utilisées était mesurée comparativement au moyen d'un étalon Hefner dont le rayonnement était filtré par un écran de cellophane.

Les produits étudiés étaient disposés à l'état de poudre dans une capsule chauffée électriquement à une température déterminée au moyen d'un couple thermoélectrique.

La surface de rayonnement était dans tous les cas la même et de l'ordre de 1°1. Le compteur était placé à quelques centimètres au-dessus de la substance; pour éviter une élévation possible de la température de la cellule,

⁽¹⁾ R. Audubert, Comptes rendus, 196, 1933, p. 1883; 202, p. 1041 et 1931.

⁽²⁾ R. Audubert, Comptes rendus, 200, 1935, p. 918.

⁽³⁾ R. AUDUBERT et REITHMULER, Com ptes rendus, 200, 1935, p. 389.

cette dernière était disposée dans un carter métallique parcouru par une circulation d'air froid et fermé par une plaque de quartz.

Dans ces conditions, on vérifie que la décomposition lente des azotures sous l'influence de la chaleur s'accompagne d'une émission de rayonnement ultraviolet décelable par un photo-compteur à CuI; cette chimie luminescente ultraviolette varie beaucoup suivant la nature du composé, elle est relativement intense avec les azotures de sodium, potassium, plomb et argent mais très faible dans le cas des azotures de calcium et de baryum.

Enfin on constate que le nombre de photons émis croît rapidement avec la température.

Il eût été intéressant de préciser si la température à laquelle la décomposition commence à se manifester, correspond à celle à laquelle l'émission devient décelable. En gros les deux phénomènes apparaissent à la même température pour les azotures alcalins; pour l'azoture de plomb, il semble que l'apparition d'azote précède l'émission de photons. En ce qui concerne, la décomposition photogénique des azotures alcalinoterreux, en raison des très faibles effets obtenus, il n'est point possible d'apprécier même très grossièrement la température à laquelle la lumière ultraviolette devient décelable.

Ces résultats indiquent qu'il ne semble pas y avoir de relation entre le facteur qui dans l'étude des explosifs porte le nom de sensibilité et le pouvoir émissif du composé : les azotures alcalins doivent en effet au point de vue photogénique ètre rapprochés des azotures de Pb et Ag, cependant que les alcalinoterreux ne donnent que des effets très faibles.

Si l'on compare les émissions obtenues avec ces corps aux émissions par les réactions chimiques antérieurement mises en évidence par R. Audubert et ses collaborateurs, au moyen des mêmes types de compteurs photoélectriques, on peut estimer approximativement que ces dernières sont 50 à 500 fois plus faibles. Néanmoins, le nombre de molécules d'azoture capables d'émettre des photons est encore une très faible fraction des molécules réagissant; en partant, en effet, des vitesses de réaction trouvées par Gardner (4) pour l'azoture de Pb, on trouve que le rendement radiochimique (rapport du nombre de photons émis au nombre total de molécules réagissant dans le même temps) est 10⁻¹⁰-10⁻¹¹ valeur plus élevée que celles qui avaient été précédemment trouvées (10⁻¹⁴-10⁻¹⁶ pour les réactions étudiées).

⁽¹⁾ W. E. GARDNER et J. B. MARKE, J. of Chem. Soc., 32, 1936. p. 657.

CHIMIE MINÉRALE. — Contribution à l'étude des acides phosphoriques condensés. Note de M. Pierre Bonneman, présentée par M. Paul Pascal.

L'orthophosphate monosodique chaussé perd de l'eau et se transforme en trimétaphosphate en passant par l'état de pyrophosphate acide. Ce dernier paraissant exister à l'état de molécules simples, le produit initial de sa décomposition est vraisemblablement un métaphosphate monomoléculaire qui se polymérise ensuite.

Pour caractériser ce stade intermédiaire, on peut mélanger à l'orthophosphate un sel indécomposable par la chaleur et sur lequel réagirait le métaphosphate naissant. Le sel utilisé est le pyrophosphate neutre de sodium : un mélange intime équimoléculaire de ce dernier et d'orthophosphate est chaussé lentement jusqu'à 300° et maintenu quelques heures à cette température. Le produit de cette réaction, repris par l'eau, se dissout presque entièrement et une précipitation par l'alcool permet d'obtenir des cristaux qui ont la forme de parallélépipèdes droits, pour lesquels l'analyse donne

$$\begin{split} H^2O &= 22.5 \, {}^6/_6; \; \quad P^2O^5 \!=\! 44.3 \, {}^6/_6; \; \quad Na^2O \!=\! 31.7 \, {}^6/_6. \\ \text{Calculé pour P^3O^{10}Na$}^5.6 \, H^2O \\ H^2O &= 22.7 \, {}^6/_6; \; \quad P^2O^5 \!=\! 44.7 \, {}^6/_6; \; \quad Na^2O \!=\! 32.6 \, {}^6/_6. \end{split}$$

Le sel a donc même composition que celui qui fut obtenu par Schwarz (1) en fondant au-dessus de 600° un mélange de sel de Graham et de pyrophosphate neutre.

Le sel de Schwarz a été repréparé; il présente le même spectre de Debye-Scherer que le premier. Les angles θ sont

```
(f), 6° (aF), 7° (F), 8° 15′ (aF), 9° (F), 10° (f), 11° (aF), 12° 30′ (f), 13° 45′ (f), 14° 30′ (aF), 15° 15′ (F), 16° 15′ (f), 17° 30′ (aF), 18° 15′ (ff), 18° 45′ (aF), 19° 15′ (ff), 20° 30′ (f), 22° 15′ (f), 24° 15′ (f), 26° 15′ (f), 28° (f).
```

L'existence de ce sel ayant été mise en doute par Parravano (2), j'ai cherché à déterminer sa masse moléculaire en utilisant comme solvant le sulfate de sodium décahydraté.

⁽¹⁾ Z. anorg. Chem., 9, 1895, p. 249.

⁽²⁾ Z. anorg. Chem., 65, 1910, p. 1.

La moyenne des mesures donne $\theta_c c = 8,6$ ce qui correspond à M = 375. (Calculé pour P³O¹⁰Na⁵: 368.)

Les sels dérivés de celui de sodium ont été étudiés par Stange. J'en signalerai deux nouveaux

P3 O40 Na3 Cd. 12 H2 O et P3 O40 Na2 Cr. 6 H2 O.

lls ont été préparés en ajoutant à une solution du sel de sodium des solutions concentrées de Cl²Cd et de (SO⁴)³Cr² jusqu'à apparition d'un louche, filtration et cristallisation ou précipitation fractionnée.

M. Huber (3) a récemment isolé le sel acide

P5O10 Na5 H2. P5O10 Na5.3 H2O.

D'après ce résultat et ceux qui précèdent, on peut donc conclure que le sel préparé par Schwarz n'est pas, comme le supposait Parravano, un mélange de pyro et de métaphosphate, mais bien le sel d'un acide phosphorique condensé répondant à la formule P^3 O^{*o} H^s .

CHIMIE MINÉRALE. — Étude de quelques phosphates du type PO^{*}M^{II}NH^{*}. Note de M. Victor Auger et M^{III}e Nina Ivanoff, présentée par M. Georges Urbain.

Phosphate ammoniaco-magnésien. — Essais de déshydratation. Notre but a été de rechercher si, par déshydratation, l'hydrate à 6H²O perdait 5H²O et si le sel à 1H²O obtenu montrait un palier de stabilité notable avant de fournir le sel anhydre. Il est admis que, pendant sa déshydratation au dessicateur ou à l'étuve, le sel à 6H²O perd à la fois de l'eau et de l'ammoniac; nous avons constaté tout d'abord la réalité de ce fait qui avait été récemment mis en doute (4). Le sel PO⁴Mg, 6H²O a perdu, en trois semaines, à la température ordinaire, dans un dessicateur, en présence de P²O⁵, 7 pour 100 de son poids; le résidu possède la formule PO⁴MgNH^{0,86}H²O^{5,19}. Après 9 mois en présence de SO⁴H², la perte est de 43,1 pour 100 et sa composition est alors PO⁴MgNH^{0,86}H²O^{0,32}.

Étuvé à 55°, jusqu'à constance sensible au poids, il laisse un résidu

⁽³⁾ Z. anorg. Chem., 230, 1936, p. 123.

⁽¹⁾ M. Travers et M¹¹⁰ Perron, Ann. de chimie, 10° série, 1, 1924, p. 170 et 2, 1924, p. 56.

 $PO^{4}MgNH_{4}^{0,7}{}^{2}H^{2}O^{4.7};$ à 70°, perte de 42,4°/ $_{0}$; résidu $PO^{4}MgNH_{4}^{0.48}H^{2}O^{0.68};$ à 100° il ne reste plus que 0,26 mot de NH*.

Dans un courant de NH3, à 100° la perte de poids correspond exactement à 5^{mol} d'eau; le résidu possède la composition PO'MgNH⁴, H²O, qui reste constante jusqu'à 140°. Vers 150° et au-dessus, il y a décomposition avec départ de H²O et NH³. Sous pression de 1^{atm}, en présence de NaNH² qui maintient le milieu gazeux sec et ammoniacal, on constate que le monohydrate est stable jusqu'à 140°; au-dessus, à partir de 160° la dernière molécule d'eau disparaît, et le sel anhydre PO'MgNH' reste inaltéré jusqu'à 210° environ; la perte en NH3 débute vers 220°; à l'air humide, il reprend rapidement 1 H2O et en présence d'eau ammoniacale il régénère lentement l'hydrate à 6H2O. Les produits obtenus présentent, par chauffage, le phénomène de l'incandescence de façon très marquée; ceci différencie le monohydrate obtenu par dessiccation, de celui qui se forme par précipitation en solution au-dessus de 60°; nous pensons qu'on doit attribuer au monohydrate de dessiccation, la formule simple monomoléculaire, en réservant au monohydrate non incandescent la formule quadruplée proposée par MM. H. Bassett et Croucher (2).

Phosphate ammoniaco-calcique PO 'CaNH', 7H2O. — Ce sel a déjà été décrit. Si, dans sa préparation, on emploie une forte quantité de citrate d'ammonium, on peut l'obtenir, en maintenant la solution vers o°, en très gros cristaux transparents. D'autre part, on peut aussi en absence de citrate, et même de chlorure d'ammonium, l'obtenir sous forme de cristaux microscopiques bien formés. Il perd déjà de l'ammoniac à la température ordinaire dans un dessiccateur, en atmosphère ammoniacale. A 100° la transformation en PO 'CaH èst complète. Nous avons remarqué que ce sel au sein d'une solution formée de 2 volumes d'eau et 1 volume d'ammoniaque concentrée se transforme lentement en cristaux plats de forme carrée rappelant celle du monohydrate ammoniaco-magnésien; mais nous n'avons pas jusqu'ici réussi à l'obtenir assez pur pour l'analyser, étant donnée sa rapide décomposition hors de son eau mère.

Phosphate ammoniaco-barytique PO BaNH, 7H²O. — Nous l'avons obtenu comme suit : 20 cm² de Cl²Ba omoi, i sont versés en 25 cm² de citrate d'ammonium à 200s au litre; la solution claire est additionnée de 10 cm³ d'ammoniaque concentrée, puis de 10 cm² d'une solution omoi, 2 de PO H(NH²)². On doit opérer entre 0° et 7°. Il se forme de longues et fines

⁽²⁾ H. BASSETT et W. BEDWELL, Journ. roy. Soc. Lond., 1933, p. 854-871-877.

aiguilles qu'on lave avec des solutions froides, employées dans l'ordre suivant; i volume d'ammoniaque en 7 volumes d'eau, i volume d'ammoniaque en 9 volume d'alcool, alcool à 95°, éther absolu. On termine en enlevant ce dernier rapidement sous pression réduite. L'analyse a donné pour 100

Trouvé..., NH =
$$4.72$$
 P = 8.2% Ba = 36.3% Perte au feu = 42.2
Théorie... = 4.78 = 8.2% = 36.2 = 3.2% = 41.0

Ce sel s'altère à la température ordinaire comme celui de Ca.

Le phosphate ammoniaco-strontique, malgré tous nos efforts, n'a pu être obtenu pur : les cristaux de forme carrée qui se déposent tout d'abord s'altèrent pendant les opérations du lavage et se transforment en une gelée de phosphate de strontium.

Phosphate de cupri-diamine et d'ammonium

$$(PO^{3})^{2}Cu(NH^{3})^{2}(NH^{4})^{4}.7H^{2}O.$$

Ce sel, qui cristallise en gros prismes bleus, est obtenu en laissant évaporer sous une cloche, en présence de soude caustique, une solution rendue fortement ammoniacale d'oxyde de cuivre dans un excès d'acide phosphorique. On l'essore rapidement et on le conserve à la température ordinaire en atmosphère d'ammoniac, en présence de soude solide. On a trouvé à l'analyse pour 100

Trouvé...
$$NH^3 = 21,1$$
 $Cu = 12,2$ $PO^4 = 40,1$ $H^2O = 26,6$ (par diff.)
Calculé... $y = 22,2$ $y = 13,09$ $y = 39,17$ $y = 25,9$
Rapport $Cu : PO^4 = 1:2,06$; $Cu : NH^3 = 1:5,8$.

Les résultats analytiques sont loin d'être parfaits, mais ne laissent aucun doute sur les rapports moléculaires des constituants. Ce sel, dissous dans l'eau, se décompose rapidement en donnant naissance, vers 35°, au phosphate PO⁴CuNH⁴. 1 H²O. Ce même composé est obtenu lorsqu'on abandonne à l'air l'eau mère d'où s'est déposé le sel primitif.

CHIMIE MINÉRALE. — Sur le phospham de Rose. Note de MM. Henri Moureu et Georges Wétroff, présentée par M. Georges Urbain.

Nous avons indiqué (1), qu'après action de l'ammoniac liquéfié sur le trichlorure PCl3, la décomposition thermique dans le vide, jusque

⁽¹⁾ Comptes rendus, 201, 1935, p. 1381.

vers 700°, des produits formés intermédiairement, conduit à un composé défini, qui n'est pas le nitrure (PN)", mais le pernitrure P⁴N⁶. Si nous revenons aujourd'hui sur cette même réaction, c'est qu'il nous paraît indispensable de dissiper définitivement une erreur reproduite dans tous les traités généraux qui, sur la foi des résultats présentés par les maîtres de la Chimie qui s'intéressèrent à cette question, ont toujours identifié jusqu'ici ce même composé au phospham PN²H de Gerhardt.

Étudiée depuis plus d'un siècle, en premier lieu par Davy, la réaction précédente avait fait l'objet d'un important travail de Rose (2); celui-ci attribua la formule erronée d'un nitrure PN2 au composé ainsi formé, que Liebig et Wöhler (3) pensèrent avoir eux aussi obtenu en partant du pentachlorure PCl³. C'est Gerhardt (*) qui, dans un Mémoire classique, a démontré que le nitrure PN2 de Liebig et Wöhler n'existait pas, et qu'il était constitué par un composé porteur d'hydrogène, le phospham PN²H. Ces résultats ont été confirmés depuis par Besson (5) et par nous-mêmes (6). Par contre, abusé par la formule PN² indiquée par Rose, et effectivement très proche de PNºH, Gerhardt a admis que le composé formé à partir du trichlorure PCl3 était aussi du phospham : nos expériences ne peuvent pas s'accorder avec cette manière de voir. Il convient d'ailleurs de remarquer combien les corps phosphoazotés issus de ces réactions sont d'une étude délicate : ils possèdent des compositions souvent voisines, ainsi que des propriétés physiques presque identiques (ils sont incolores, insolubles, amorphes et non volatils); aussi avons-nous dû, pour manifester leur individualité, chercher à établir les propriétés chimiques qui les différencient.

L'étude de la décomposition thermique des composés formés au cours de l'action de l'ammoniac sur les chlorures PCl⁵ et PCl³ montre, d'ailleurs, que les modalités en diffèrent notablement; tandis que, dans le premier cas, on observe une simple élimination de chlorure NH⁴Cl et de gaz ammoniac, dans le second cas, on constate, en outre, le départ de phosphore et d'hydrogène, réaction que nous interprétons par les transformations

$${}_{2}\operatorname{PCl^{3}} + {}_{9}\operatorname{NH^{5}} = {}_{6}\operatorname{NH^{3}}\operatorname{Cl} + \mathrm{P}^{2}(\operatorname{NH})^{3}$$

 ${}_{2}\operatorname{P}^{2}(\operatorname{NH})^{3} = {}_{9}\operatorname{N}^{6} + 3\operatorname{H}^{2}.$

⁽²⁾ Pogg, Ann., 28, 1833, p. 529.

^(*) Lieb. Ann., 11, 1834, p. 139.

⁽¹⁾ Ann. Chim. Phys., 18, 1846, p. 188.

^(*) Comptes rendus, 114, 1892, p. 1264.

⁽⁶⁾ Bull. Soc. Chim., 3, 1936, p. 821 et 1801.

L'hydrogène formé de ce fait réagit partiellement sur le nitrure, ce qui permet d'expliquer la production simultanée de phosphore et d'ammoniac. Il serait évidenment possible d'interpréter la formation d'hydrogène en admettant que le composé est bien du phospham PN²H. Mais la transformation

$$3P^{2}(NH)^{3} = 4PN^{2}H + NH^{3} + H^{2} + 2P$$

représenterait un processus d'oxydation qui ne répond pas à la réalité. En effet, le produit formé réduit à chaud l'acide sulfurique concentré, avec départ de gaz sulfureux, réaction qui appartient bien à un dérivé du phosphore trivalent, tel que le nitrure P'N", mais ne peut nullement correspondre à un composé de phosphore pentavalent tel que le phospham PN²H

$$\begin{array}{lll} P(N^{\circ}+4SO(H^{\circ}-t_{0}^{\prime}H^{\circ}O) & = & SO(-3SO((MP))^{2}+4PO(H^{\circ}) \\ PN^{\circ}H + & SO(H^{\circ}+4H^{\circ}O) & = & SO((NH^{\circ})^{2}+PO(H^{\circ}) \end{array}$$

L'individualité des deux composés précédents apparaît encore plus nettement à l'examen de leurs produits d'hydrolyse. Avec la pernitrure P^+N^a , il se forme, à côté des phosphates mono et diammonique, du phosphite d'ammonium

$$P^{*}N' = (5 \Pi^{2}O) = PO^{*}\Pi^{2}N\Pi^{*} = 2PO^{*}\Pi(N\Pi^{*})^{2} = PO^{*}\Pi^{2}N\Pi^{*}.$$

Des réactions secondaires font en outre apparaître une certaine quantité d'hydrogène et d'hydrure PH³.

Quant au phospham, il conduit à du phosphate diammonique, sans dégagement gazeux, et la solution ne présente pas de propriétés réductrices

$$PN^{2}H+4H^{2}O = PO^{4}H(NH^{4})^{2}$$
.

Indiquons encore que la pernitrure P^{*}N[°] est stable jusqu'à 750°, même sous basse pression, tandis que dès 450° le phospham se transforme en pentanitrure P³N[°] avec dégagement d'ammoniaé.

Il apparaît donc nettement, à l'examen des propriétés chimiques précédentes, que le phospham ne se forme pas dans la réaction de l'ammoniac sur le trichlorure PCI³. Afin de mieux illustrer ces conclusions, nous indiquons ci-dessous un schéma d'ensemble destiné à mettre en relief les liens de parenté qui unissent entre eux les composés phosphoazotés actuellement connus:

Il est intéressant d'observer que le paranitrure (PN)" constitue le composé final commun à une double série de transformations dans lesquelles les produits intermédiaires se correspondent terme à terme. La première dérive du trichlorure PCl³, et trouve son équivalent dans la série antérieurement étudiée du pentachlorure PCl³.

PÉTROGRAPHIE. — Des relations qui existent entre les roches gneissique, grunitique et rhyolitique du Djebel Arous au nord de Ménerville (Algérie). Note (4) de M. Louis Royer.

1. Il y a au Djebel Arous et dans la région qui lui fait suite vers le nord une série de roches de types différents, gneiss, granite, rhyolites, dacites qui montrent des analogies frappantes dans leurs compositions minéralogique et chimique.

Ainsi la roche dite granite de Ménerville qui est en réalité une diorite quartzifère a les mêmes paramètres magmatiques que les dacites du Cap Blanc à tel point que Duparc, Pearce et Ritter (2) voient dans ces dacites la forme effusive du magma qui a donné naissance au granite de Ménerville.

D'autre part, les gneiss et rhyolites de cette région présentent les mêmes caractères minéralogiques et chimiques; leurs paramètres sont identiques. Ces deux roches sont en tant que magma plus acides et plus alcalines que le granite de Ménerville.

Ces conditions établies, il reste à indiquer comment se présente sur le terrain les contacts entre ces différents types de roches.

2. Le contact gneiss-granite s'observe assez bien à l'est du douar des Oulad Abbes entre le douar et le slanc sud de la hauteur 422. Dans le voisinage du granite, le gneiss a été profondément transformé. De nombreuses apophyses de magma granitique pénètrent dans les gneiss qu'elles injectent et transforment en une migmatite composée d'un mélange intime de gneiss et de microgranite. En plus, le contact est jalonné par une brèche noirâtre dont certains éléments au moins ont subi une fusion; par endroits l'action du magma granitique sur le gneiss encaissant a donné naissance à la formation d'oxydes de ser et de manganèse. ¹

⁽¹⁾ Séance du 25 janvier 1937.

⁽²⁾ Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève, 33, 1900, p. 137.

Sans entrer dans plus de détails, il me semble hors de doute que le granite de Ménerville est en massif dans les gneiss; c'est un granite intrusif postérieur aux gneiss et dont la mise en place est indépendante des phénomènes de métamorphisme qui ont donné naissance aux gneiss encaissants. Il ne constitue pas non plus un granite d'anatexie dont le magma dériverait des gneiss.

- 3. Le contact entre la rhyolite et le granite de Ménerville se fait à l'Ouest du Mont S. Feredj par une brêche volcanique qui renferme noyés dans un ciment rhyolitique des fragments de granite. Ces blocs de granite qui atteignent fréquemment des dimensions notables peuvent être anguleux, mais le plus souvent ils affectent cette forme en « boules » qui caractérise de nos jours les produits de décomposition superficielle du granite de Ménerville. Il paraît donc fort probable que, lors des éruptions rhyolitiques, la région en étude était déjà jonchée de ces boules provenant de l'altération du granite et que ces boules ont été incorporées aux coulées de rhyolites. La rhyolite n'a d'ailleurs exercé aucune action sur le granite; dans les brêches, on passe sans transition du granite franc à la rhyolite sans que l'on puisse observer une zone intermédiaire résultant d'un métamorphisme de contact.
- 4. Il y a peu de choses à dire en ce qui concerne le contact des rhyolites et des gneiss. On trouve fréquemment des lambeaux de roches métamorphiques en enclaves dans la rhyolite sans que gneiss et micaschistes aient subi la moindre transformation. Et cela se conçoit aisément; en effet ces roches métamorphiques appartiennent à des zones profondes du terrain cristallophyllien; elles se trouvent donc de ce fait déjà en équilibre minéralogique aux températures auxquelles elles ont pu être soumises au sein de la rhyolite en voie d'épanchement. Tout au plus peut-on noter par endroits un enrichissement du schiste en paillettes de biotite au contact de la roche volcanique. En d'autres points, le schiste, tout en gardant sa composition minéralogique originelle, a été imprégné de silice, empruntée vraisemblablement à la rhyolite, ce qui lui confère une sorte de glaçure.
- 5. En ce qui concerne l'âge relatif de ces diverses roches, on voit d'après les conditions énumérées ci-dessus que la rhyolite est la plus récente de toutes, elle renferme des fragments de granite et de gneiss. A en juger d'après les sédiments datés qui ont été affectés par l'éruption rhyolitique, son âge est miocène. Le granite de Ménerville est plus ancien que la rhyolite et plus récent que le gneiss qu'il injecte. Comme on retrouve des blocs de granite de Ménerville dans le conglomérat oligocène de la vallée

de l'Oued Aoudja, le granite est au plus oligocène, mais rien ne s'oppose à ce qu'il soit plus ancien, éocène ou même crétacé. En tous les cas, sa mise en place est antérieure à l'éruption de la dacite du Cap Blanc, bien que granite et dacite possèdent des paramètres identiques. Quant aux gneiss, leur âge est vraisemblablement très ancien comme tend à le démontrer une propriété qui fera l'objet d'une Note ultérieure.

GÉOLOGIE. — L'interprétation rationnelle des spectres de tamisage des sédiments sableux et la signification géologique des diagrammes. Note de M. André Rivière, présentée par M. Lucien Cayeux.

On a longtemps restreint l'étude granulométrique des sables à l'évaluation globale de leur degré de finesse et une série très réduite de tamis y suffisait. Les recherches écologiques de M. Prenant (') ont montré que l'emploi de tamis plus nombreux et de module (rapport des dimensions de maille de deux tamis consécutifs) relativement faible était susceptible de révéler des particularités insoupçonnées de la constitution des sables. A la suite de ces travaux d'autres auteurs ont utilisé avec succès une technique similaire pour la résolution de problèmes locaux de sédimentation (2).

Jusqu'ici toutefois, la traduction graphique des résultats est restée purement empirique et l'on peut dire que les diagrammes généralement présentés dépendent autant des rapports métriques des séries de tamis utilisées que de la constitution elle-même des sédiments (exception faite pour les courbes de seconde catégorie présentées par M. Prenant, mais celles-ci sont géologiquement peu parlantes et pratiquement inutilisables en dehors des fins particulières poursuivies par l'auteur).

Il m'a paru assez facile d'éviter cet inconvénient susceptible de vicier profondément les résultats de toute recherche d'ordre général. Soit m la masse du sable franchissant un tamis de dimension de maille x, m est fonc-

tion pratiquement continue de x et l'on peut écrire $m = f(x) = \int_0^x dm/dx$, fonction représentée par l'aire de la courbe y = dm/dx.

Cette courbe est susceptible d'une construction approchée à partir des

⁽¹⁾ Archives de Zoologie expérimentale et générale, Volume jubilaire, 74, 25 novembre 1932, p. 581.

⁽²⁾ L. Bourcart, Travaux inédits.

données du tamisage. Cette opération est effectuée en allant des tamis les plus gros aux plus fins. Soient x_1 et x_2 les dimensions de maille de deux tamis consécutifs avec $x_4 > x_2$, Δm la masse de sable traversant x_4 et arrêtée sur x_2 ; appelant maille moyenne $x_m = (x_1 + x_2)/2$ et en posant $\Delta x = x_1 - x_2$, on portera en abscisses les valeurs successives de x_m et en ordonnées les valeurs correspondantes de $y = \Delta m/\Delta x$. La courbe expérimentale ainsi obtenue a pour limite la courbe théorique précédemment définie. Elle s'en écarte d'autant moins que les intervalles $x_1 - x_2$ sont plus petits.

L'expérience montre que les valeurs de y varient dans des proportions considérables (de l'ordre de 1 à 1000) et la réalisation correcte des courbes est pratiquement impossible dans les formats usuels. On peut tourner cette difficulté par l'emploi des coordonnées logarithmiques, mais les diagrammes cessent d'avoir une interprétation simple et, en particulier, les aires ne sont plus proportionnelles aux masses. On peut respecter cette condition par l'emploi des coordonnées polaires: s étant l'aire d'une courbe limitée par deux rayons, on a, $ds = 1/2r \times r \times d\omega$, d'où $r = \sqrt{2(ds/d\omega)}$. On prendra des valeurs de ω (en radians) proportionnelles à x; pour que les valeurs des aires soient proportionnelles aux masses, il suffira de choisir pour le rayon r des longueurs proportionnelles à $\sqrt{dm/d\omega}$.

Comme dans le premier cas, on substituera à la courbe théorique une courbe approchée construite par points. Sur un cercle on trace des rayons faisant avec le rayon origine des angles proportionnels aux différentes valeurs de x_m , le rapport de proportionnalité étant tel qu'aucun de ces angles ne soit supérieur à 2π . Sur les rayons, on porte des longueurs proportionnelles à $\sqrt{\Delta m/\Delta x}$. Dans mes recherches le rapport adopté a été 1/3, les Δm étant rapportés à 100° de sédiment et les dimensions de mailles évaluées en millimètres. Les calculs se font très vite, à la règle, grâce à des feuilles de calcul préparées à l'avance (comme d'ailleurs les graphiques) et comportant les colonnes suivantes

L'application correcte de la méthode demande quelques précautions : 1° une bonne exécution du tamisage : outre les précautions indiquées par M. Prenant (3), il convient de remédier au colmatage en éliminant, à

⁽⁵⁾ Op. cit., p. 583 et suiv.

plusieurs reprises, si nécessaire, les grains qui tendent à se coincer dans les mailles et à les obturer, faussant irrémédiablement les résultats du tamisage (sî prolongé soit-il).

2º l'étude minutieuse des toiles métalliques utilisées (les dimensions portées aux catalogues n'étant que grossièrement approchées); il importe

surtout d'éliminer celles qui sont trop irrégulières.

Ce procédé d'étude granulométrique a été appliqué à des sédiments nombreux et d'origines très variées. Dès le début j'ai pu constater que les actions sélectives subies par les sables s'inscrivaient d'une manière frappante dans les formes des diagrammes. Ceux-ci se classent en familles correspondant aux diverses origines et, dans chacune d'elles, on peut reconnaître des termes plus ou moins avancés de l'évolution sédimentaire, les plus évolués présentant naturellement les diagrammes les plus caractéristiques.

Actuellement j'ai étudié les familles sédimentaires suivantes : sables fluviatiles, sables continentaux et dunaires, sables marins littoraux. Les diagrammes caractéristiques ont été établis ainsi que les grandes lignes de

l'évolution des différents groupes.

Cette méthode paraît susceptible d'apporter un appoint considérable à l'étude des formations sableuses des séries stratigraphiques; elle permet non seulement d'en préciser l'origine parfois indécise, mais encore d'en suivre l'évolution latérale. L'application aux sables pétrolifères semble particulièrement indiquée.

OCÉANOGRAPHIE. — Dosage du lithium dans l'eau de mer. Note de MM. Jacques Bardet, Arakel Tchakirian et M^{ile} Raymonde Lagrange, présentée par M. Georges Urbain.

Dès le milieu du xix° siècle, E. Marchand (¹) signale la présence du lithium dans l'eau de mer et évalue sa teneur à o^{ms}, 43 lithine (Li²O?) par litre d'eau. Depuis, de nombreux auteurs ont décelé ce métal, par analyse chimique ou spectroscopique, dans l'eau des océans, mais, à notre connaissance, peu d'entre eux ont effectué des déterminations quantitatives. Kirchhoff et Bunsen (²); A. Dupré et F. Dupré (³),

⁽¹⁾ Comptes rendus, 88, 1879, p. 1084.

⁽²⁾ Pogg. Ann., 1109, 1860, p. 172.

⁽³⁾ Phil. Mag., 4, 20, 1860, p. 373.

Dieulafait (*). de Lucas (*), Quinton (*), Bossuet (†), B. D. Thomas et Thomas G. Thompson (*) (o^{ms}, 1 lithium par litre). Il nous a paru intéressant de déterminer le lithium dans l'eau de mer, suivant la méthode couramment appliquée, par le Laboratoire d'hydrologie analytique de l'Institut d'hydrologie (*), au dosage du lithium dans les eaux minérales et que nous avons cherché à adapter aux conditions très spéciales créées par la composition du milieu.

Nous avons opéré sur deux cents litres d'eau de mer, prélevée au large de Roscoff, dans les couches superficielles, vers la fin du mois d'août.

La séparation du lithium a été effectuée en plusieurs stades : une série de cristallisations après légère acidulation chlorhydrique a fourni six litres d'eaux-mères sur lesquelles ont été effectuées les séparations chimiques proprement dites. L'ne première suite d'opérations : élimination de la magnésie par la soude; précipitation de l'ion sulfurique par le chlorhydrate de benzidine; des chlorures alcalins par HCl concentré, a permis une concentration du lithium dans les liqueurs filtrées. Celle-ci a été poussée plus loin par une nouvelle élimination de magnésium, cette fois par un lait de chaux, de calcium par la carbonate d'ammonium en solution ammoniacale et des sels ammoniacaux par calcination.

Toutes ces séparations, imparfaites en raison des quantités mises en œuvre, ont permis de réduire l'eau à un volume tel que les opérations analytiques devenaient réellement efficaces. On a pu alors éliminer les traces de calcium par l'oxalate d'ammonium ammoniacal, celles de sulfate par le chlorhydrate de benzidine, le magnésium par l'oxyquinoléine, les chlorures de sodium et de potassium par l'acide chlorhydrique gazeux.

Finalement le chlorure de lithium a été séparé des dernières traces de chlorures de sodium et de potassium par l'alcool amylique en présence de pyridine, qui facilite l'élimination d'eau par distillation. Le lithium a été transformé en sulfate et pesé. La pureté en a été vérisiée par examen spectrographique.

Au cours du travail de séparation dont nous n'avons indiqué que les

^(*) Comptes rendus, 88, 1879, p. 656; 94, 1882, p. 1352.

⁽⁵⁾ Gazz. chim. ital., 10, 1880, p. 46.

⁽⁶⁾ L'eau de mer, milieu organique, 1904 et 1912.

⁽⁷⁾ Comptes rendus, 199, 1934, p. 131.

^(*) Science, 77, 1933, p. 547:

^(°) Annales de l'Institut d'Hydrologie et de Climatologie, 3, 1925, p. 157-221; 5, 1927, p. 69-122; 7, 1930, p. 1-65; 10, 1935, p. 1-42.

grandes lignes, toutes les précipitations ont été répétées autant de fois qu'il était nécessaire pour que le lithium ne soit plus décelable par examen spectroscopique de l'insoluble. Lorsqu'un précipité nous a paru trop volumineux pour que l'examen spectroscopique nous semble suffisant nous avons a priori répété les précipitations. Les résidus de calcination ont toujours été vérifiés.

Nous avons ainsi trouvé que l'eau de mer examinée contenait ons, 17 de lithium par litre.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — Évolution de l'azote purique au cours de la germination. Note de M. Paul De Grabve, présentée par M. Richard Fosse.

L'acide urique, découvert chez les végétaux supérieurs par MM. R. Fosse, P. E. Thomas et P. De Graeve (1), a sa place bien définie dans l'évolution de l'azote purique. En effet l'acide urique dérive des nucléines :

Nucleines Muctenses Purines Purinoxydases Acide urique,

il est lui-même l'origine de l'allantoine et de l'acide allantoique (R. Fosse, A. Brunel, P. De Graeve, P. E. Thomas):

Acide urique Allantoïne Allantoïne Acide allantoïque.

Nous avons cherché, dans ce travail, à mettre en évidence les variations de la teneur des graines en acide urique, allantoïne et acide allantoïque, au cours de la germination.

Technique. — Les germinations ont été faites : a. soit à l'obscurité, aseptiquement; b. soit à la lumière, à la température ordinaire, dans des assiettes poreuses constamment humectées d'éau de source; c. soit enfin en pleine terre dans les serres du Muséum.

Pour les germinations aseptiques, nous avons utilisé des tubes de verre de 25^{cm} de long et de 2^{cm},5 de diamètre contenant des perles de verre sur une hauteur de 3 à 4^{cm}; de l'eau distillée est introduite jusqu'à un niveau légèrement supérieur à celui des perles; les tubes sont bouchés d'un tampon de coton et portés en autoclave 20 minutes à 120°. Les graines, préalablement lavées, sont immergées 5 minutes dans une solution de bichlorure de

⁽¹⁾ Comptes rendus, 194, 1932, p. 1408, et 195, 1932, p. 1198.

mercure à 2 pour 1000, puis lavées 10 fois à l'eau stérilisée. On introduit aseptiquement dans chaque tube 5 à 6 graines et l'abandonne à température constante.

Malgré ces précautions, quelques tubes sont contaminés et éliminés aussitôt; de plus, dans les tubes exempts de contamination, nous n'avons pris que les graines germées. Pour les déterminations, les graines ou les plantules sont retirées, lavées, essorées entre deux feuilles de papier-filtre; elles sont ensuite séchées dans le vide sur chlorure de calcium jusqu'à ce que le végétal soit devenu assez dur et cassant pour donner une poudre homogène après broyage. C'est sur cette poudre que les dosages sont effectués y compris celui de l'humidité restante.

Dosages. — Les dosages ont été faits, pour l'azote total, par la méthode de Kjehldahl, pour l'allantoine et l'acide allantoique par les méthodes spectrophotométriques très sensibles décrites par R. Fosse, A. Brunel et P. E. Thomas (2). L'acide urique a été évalué approximativement à l'aide d'une nouvelle méthode très sensible.

RESULTATS. — Germination du Trèfle violet (Trifolium sativum). — Cette expérience a été faite asceptiquement, à l'obscurité, à 18°. Azote total pour 100° de graines sèches: 7,0.

Grammes d'uréides pour 1000 grammes de graines sèches.

Ter	mps.		Acide uriqu	ue approximatif.	Allantoïne.	Acide allantoïque.
0.				0,60	0,074	0,107
3 ј	jours			0	0,260	1,32
					2,34	
7	>> " " " " " " " " " " " " " " " " " "	e* a			2,04	6, 6 0
10	»				1,52	() 8,0 ₹ 4

Germination du Mélilot de Sibérie (Melilotus officinalis). — Cette expérience a été faite à l'air libre, à la lumière, à température ordinaire (18°).

Grammes d'uréides pour 1000 grammes de plante sèche.

Temps. Ac	cide urique approxi	matif. Allantorne.	Acide allantoïque.
0	o,52	0,300	0,190
3 jours	0	0,806	0,700
6 jours	0	0,286	1,02

Conclusions. — Il ressort de ces expériences et d'autres que nous publierons d'autre part que des modifications chimiques se sont produites

⁽²⁾ Gomptes rendus, 192, 1931, p. 1615 et, 193, 1931, p. 7. 3.

avant même l'apparition de la plantule (3). D'autre part, et d'une façon générale pour la famille des Légumineuses, l'acide urique disparaît rapidement, la teneur en allantoïne croît d'abord, passe par un maximum pour décroître ensuite; finalement l'azote purique passe sous forme d'acide allantoïque qui ne cesse de s'accumuler. L'azote de l'acide allantoïque peut atteindre dans certains cas jusqu'à près de 9 pour 100 de l'azote total.

HISTOLOGIE. — Éléments principaux de l'architecture myocardique chez les Lamellibranches. Note de MM. Robert Brunet et Antoine Jullien, présentée par M. Félix Mesnil.

Alors qu'il est relativement aisé chez les Gastéropodes, où la disposition du cœur reste à peu près constante, d'établir, pour le ventricule notamment, une systématisation progressive des travées en deux systèmes dont l'un (les éventails) devient prédominant (Hélicidés), il est impossible chez les Lamellibranches, où la forme du cœur est très variable, de suivre chez les diverses espèces l'évolution d'un type unique d'agencement des travées. Mais on peut essayer de déterminer, d'après les structures individuelles observées, les différentes modalités suivant lesquelles s'ordonnent les groupements de travées, leur sens, leur étendue, la puissance des travées maîtresses, l'importance des zones myocardiques indifférenciées et de prendre l'ensemble de ces caractères comme critère du perfectionnement architectural. Nous avons étudié les espèces suivantes: Gryphæa angulata Lmk., Ostrea edulis L., Anodonta cygnæa L., Unio batavus Lmk., Pinna nobilis L., Pecten jacobæus L., Venus gallina L., Mytilus edulis L. et Mytilus galloprovincialis Lmk.

Pour ce qui est de l'oreillette, la différenciation est faible; seules quelques travées, qui naissent du point d'abouchement de la veine branchiale et qui se dirigent vers l'orifice auriculo-ventriculaire (Anodonta cygnæa, Venus gallina) en donnant parfois des arborisations (Pecten jacobæus), tranchent sur un réseau à mailles incomplètement délimitées et plus ou moins masquées par les cellules des glandes péricardiques disséminées dans la paroi ou tapissant une partie de sa surface externe. Les pilliers, lorsqu'ils existent (Pecten jacobæus, Venus gallina), sont de même orientation.

Le ventricule est plus complexe; cependant il peut y avoir absence de

⁽²⁾ R. Bonnet, Bull. Soc. Chimie biol., 11, 1929, p. 1025; E. F. TERROINE, R. Bonnet et P. H. Joessel, Bull. Soc. Chimie biol., 6, 1924, p. 357 à 392.

toute systématisation: c'est le cas chez Gryphica angulata au réseau régulier, dense, nettement dessiné. En général, la différenciation est partielle (Ostrea edulis, Unio batavus, Pinna nobilis, Anodonta cygnæa, Pecten jacobæus) et le plus souvent subégale sur les deux faces.

Dans cette catégorie, les travées maîtresses se disposent en faisceaux qui, à partir des orifices auriculo-ventriculaires, divergent en se ramifiant en direction des aortes ou en formations parallèles élargies, unissant les jonctions auriculo-ventriculaires (Ostrea edulis, Anodonta cygniea, Mytilus edulis, Mytilus galloprovincialis, Pinna nobilis, Pecten jacobæus). Unio batavus offre un type très spécial; les travées s'agencent en rosaces dont les centres sont régulièrement répartis sur des lignes joignant les orifices auriculo-ventriculaires aux points d'émergence des aortes; les branches internes, les plus longues, s'étalent en rayonnant et en s'entre-croisant.

Les travées constitutives de ces diverses formations sont à peine esquissées par des traînées punctiformes chez Mytilus edulis et Mytilus galloprovincialis; elles sont ténues et à contours flous chez Ostrea edulis, fines et nettement marquées chez Anodonta cygnica et à la face dorsale de Pecten jacobæus; leur diamètre augmente chez Unio batavus et à la face ventrale de Pecten jacobæus pour devenir très gros chez Pinna nobilis.

Chez les types précédents, des zones plus ou moins étendues de myocarde restent à l'état de réseau homogène; c'est la périphérie chez Unio batavus ou, le plus généralement, les extrémités antérieure et postérieure (Anadonta cygnæa, Mytilus galloprovincialis, Pinna nobilis). L'examen de la cavité ventriculaire a révélé en outre l'existence de piliers chez deux des Mollusques observés, Ostrea edulis et Unio batavus.

La systématisation est totale chez Venus gallina où de puissantes travées rayonnent jusqu'à la périphérie à partir de pôles situés aux abords des jonctions auriculo-ventriculaires mettant en liaison intime les points précédents avec les divers niveaux du ventricule.

En résumé, dans l'oreillette des Lamellibranches, s'ébauche une faible différenciation par l'apparition de travées orientées de l'abouchement de la veine branchiale vers le sillon auriculo-ventriculaire; dans le ventricule, elle est plus affirmée tout en restant le plus souvent partielle. Elle se caractérise par des formations en faisceaux divergents ou parallèles à dessin variable tendant à créer une solidarité plus étroite entre des zones de myocarde de plus en plus étendues, en particulier entre les jonctions auriculo-ventriculaires et les orifices aortiques. Or les contractions des deux étages du cœur ont pour résultante l'écoulement de l'hémolymphe du

vaisseau afférent vers les orifices auriculo-ventriculaires dans les oreillettes et, en ce qui concerne le ventricule, entre ces derniers et les orifices des vaisseaux afférents. On peut donc considérer les agencements de travées axés suivant ces directions comme des perfectionnements structuraux qui tendent à faciliter et à accélérer la contraction cardiaque précisément dans le sens, que nous venons de définir, où s'effectue la progression de l'hémolymphe.

PHYSIOLOGIE. — Influence du déséquilibre alimentaire aigu d'origine glucidique sur la composition du muscle du pigeon. Note de MM. RAOUL LECOQ et ROGER DUFFAU, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

Nous avons donné la composition normale du muscle de pigeon soumis à un régime naturel varié (¹). Par ailleurs, étudiant les principales substances qui participent, dans le muscle du pigeon, au métabolisme des glucides, l'un de nous a montré que les crises de polynévrite, dues à l'avitaminose B totale, s'accompagnent d'une imprégnation lactique importante du tissu musculaire et d'une augmentation du taux des composés réducteurs glucidiques, des orthophosphastes et du phosphore total acidosoluble (²). Ces faits sont en accord avec la production de crises de polynévrite par déséquilibre alimentaire, chez des pigeons recevant une ration équilibrée et complète, simplement additionnée de 10 pour 100 d'acide lactique (³).

On était en droit de se demander si l'on constaterait également une imprégnation musculaire lactique après ingestion d'un régime glucidique profondément déséquilibré, mais ne comportant pas d'adjonction d'acide lactique. A cet effet, l'emploi d'une ration à 66 pour 100 de galactose (*), productrice de déséquilibre alimentaire aigu, préconisée dès 1927 par M^{me} Randoin et Lecoq, nous a paru plus spécialement indiqué. Cette ration entraîne la mort des sujets en 6 à 15 jours au milieu de crises polynévritiques particulièrement dramatiques, malgré l'addition quotidienne de doses de levure élevées, atteignant 2 ou même 4^g. On sait que ce déséqui-

⁽¹⁾ C. R. Soc. Biol., 122, 1936, p. 180.

⁽²⁾ R. DUFFAU, Comptes rendus, 204, 1937, p. 192.

⁽³⁾ R. Lecoq, Comptes rendus, 202, 1936, p. 1304.

^(*) Comptes rendus, 185, 1927, p. 1068.

libre alimentaire provoque, ainsi que l'avitaminose B totale, une chute du quotient respiratoire et une exagération du métabolisme de base (°).

Nous avons utilisé 8 pigeons adultes de 350s environ, auxquels nous avons donné, par gavage, 4s de levure de bière desséchée, source éprouvée de vitamines B, et 20s d'une ration synthétique composée de : caséine purifiée, 6; fibrine purifiée, 5; ovalbumine purifiée, 5; graisse de beurre, 4; galactose pur, 66; mélange salin d'Osborne et Mendel, 4; agar-agar, 8; papier filtre, 2.

Nous nous sommes proposé d'examiner les variations de la composition du muscle, en fonction de la durée du régime, les animaux étant tués volontairement soit en état de crise, soit en l'absence de crises polynévritiques. Nos pigeons ont ainsi été sacrifiés au bout de 2, 4, 5 ou 6 jours et les masses musculaires pectorales furent prélevées et analysées au moyen des techniques préconisées antérieurement par l'un de nous (°). Les résultats obtenus, groupés dans le tableau ci-après, sont exprimés en milligrammes pour 100° de muscle frais, les dérivés phosphoriques étant calculés en phosphore; nous avons joint, à titre de comparaison, les moyennes précédemment obtenues sur des pigeons normaux au régime naturel varié (mélange de graines) et sur des pigeons en avitaminose B totale (régime synthétique à 66 pour 100 de glucose sans levure).

Pigeons au régime

	naturel	totale (movennes)			complét		_			
N° des pigeons Durée du régime		·: ~	1. 2 j.	-2. 2 j.	3. 4 j.	4. 4 j.	5. 5j.	6. 5 j.	7. 6 j.	8. 6 j .
Dosages	effectués	sur le muscle	(en mil	ligram	mes poi	ır 100	og).			
Composés réducteurs glucidiques	s									
totaux	. 143	216	204	-176	196	227	- 195	348	364	268
Acide lactique	220	248	286	/260°	273	260	323	356	337	276
Orthophosphates	. 85	-124	95	75	79	119	98	. 131,5	98	126
Acide créatine-phosphorique	. 12	6,5	3,5	10.	9,9	- 10	6-	10 .	9	19
Acide adénylpyrophosphorique.	. 27	. 22	15,5	20	22,1	18	21	20	1 21	15
Esters facilement hydrolysables	18	19,7	18	19.	17	20	. 19	21	20	22
Phosphore total acido-soluble	173	224	161	171	177	216	179	240	187	257

Pigeons

Les sujets nos 1 et 2 ont présenté de la parésie des pattes sans crises

Pigeons

⁽⁵⁾ R. LECOQ et J. M. JOLY, Comptes rendus, 202, 1936, p. 1709.

⁽⁶⁾ R. Duffau, Bull. Sc. pharmacol., 43, 1936, p. 577.

typiques; les n° 3, 6 et 8 ont été sacrifiés à distance des crises; les n° 4, 5 et 7, par contre, ont été tués en pleine crise de polynévrite.

Interprétation des résultats et conclusions. — Les variations observées d'un animal à l'autre montrent la différence de sensibilité de l'organisme des pigeons au déséquilibre alimentaire.

On observe dans le déséquilibre alimentaire d'origine glucidique, comme dans l'avitaminose B totale, une imprégnation lactique importante du tissu musculaire et une augmentation du taux des composés réducteurs glucidiques, des orthophosphates et du phosphore total acido-soluble. L'augmentation du taux d'acide lactique est nettement plus importante dans le déséquilibre alimentaire glucidique aigu que dans l'avitaminose B totale, spécialement dans les jours qui précèdent la mort. L'augmentation des composés réducteurs glucidiques totaux apparaît également plus élevée, car elle ne se trouve pas sous la dépendance d'un régime glucidique prolongé.

Le déséquilibre alimentaire glucidique aigu provoque aussi une baisse rapidement appréciable de l'acide adénylpyrophosphorique.

Si l'apparition des crises polynévritiques semble en rapport avec l'accumulation d'acide lactique dans les tissus, elle ne paraît cependant pas en relation avec une exagération momentanée de son taux.

SÉROLOGIE. — Sur la propriété anticorps de la protéine visqueuse des sérums hémolytiques antimouton. Note de MM. P. G. CHARPENTIER, MAURICE DOLADILHE et CHARLES MOREL, présentée par M. F. Mesnil.

L'un de nous a fait connaître (¹) l'existence dans le sérum sanguin d'une protéine visqueuse, douée de propriétés particulières et la méthode qui permet la séparation de cette substance.

Si la protéine visqueuse provient d'un sérum hémolytique antimouton, préalablement inactivé, elle est capable de sensibiliser les globules rouges de mouton à l'action hémolytique d'une alexine de sérum de cobaye, ou même de mouton. L'expérience suivante le prouve nettement.

En modifiant légèrement la méthode d'extraction exposée antérieurement, on précipite par l'action des ions H la protéine visqueuse et les globulines dans un volume V de sérum antimouton inactivé, préalablement

⁽¹⁾ DOLADILHE, Comptes rendus, 203, 1936, p. 1295.

dialysé. Le précipité est collé au fond d'un tube par une centrifugation à grande vitesse; après décantation du liquide surnageant, on verse avec précaution sur le précipité un volume V d'eau physiologique qui dissout rapidement les globulines; la protéine visqueuse restée au fond du tube est ensuite dispersée dans un volume V d'eau physiologique. On a ainsi, sous le même volume initial du sérum, une solution de ses globulines dans l'eau physiologique et sa protéine visqueuse dispersée dans l'eau physiologique.

On prépare trois séries semblables de six tubes; dans chacune, les tubes contiennent 1° d'une suspension d'hématies de mouton au 1/20°, puis des quantités croissantes d'une dilution au 1/20° de sérum frais de cobaye, et la quantité d'eau physiologique nécessaire pour amener dans tous les tubes le volume du liquide à 1° de sérum antimouton inactivé; ceux de la deuxième série reçoivent en outre 0° l'a, 1 de sérum antimouton inactivé; ceux de la deuxième série 0° l'a, 1 de la solution de globulines. Tous les tubes sont mis à l'étuve à 37° et l'on note le nombre de minutes nécessaires pour l'hémolyse totale dans chacun d'eux. Le Tableau ci-dessous fait connaître les résultats obtenus.

Tubes	1	. 2	ვ.	4.	. 5.	. 6.
Suspension d'hématies (cm³)	\mathbf{I}_{-1}^{-1}	1 1 g (1	- I	TIT	1
Sérum de cobaye au 1/20 ^e (cm ³)	o,oi	0,03	0,05	0,07	, 0, 1-"	0,2
Eau physiologique (cm³)	0,89	. 0,87	· o,85	0,83	0,8	0,7

Nombre de minutes nécessaires pour l'hémolyse totale.

L'hémolysine du sérum antimouton se trouve donc pour la plus grande partie dans la protéine visqueuse.

Une expérience d'un autre ordre en donne une nouvelle preuve. Un cobaye reçoit-il sous la peau une quantité convenable de protéine visqueuse extraite d'un sérum antimouton puis dispersée dans l'eau distillée, son sérum devient capable, d'hémolyser les hématies de mouton sans le concours de sérum antimouton. La propriété hémolytique déjà manifeste après une seule injection l'est beaucoup plus après deux injections.

On fait sous la peau d'un cobaye de 350s deux injections, à quarantehuit heures d'intervalle, de 1 cms de protéine visqueuse dispersée provenant d'un sérum antimouton; vingt-quatre heures après la seconde injection, on prélève du sang par ponction cardiaque. On prépare 6 tubes contenant chacun ocus, 5 d'une suspension d'hématies de mouton au 1/20°, des quantités croissantes de sérum du cobaye dilué au 1/2 avec de l'eau physiologique et l'on complète dans tous les tubes le volume du liquide à 2° avec de l'eau physiologique. On compte le nombre de minutes nécessaires pour l'hémolyse totale dans chaque tube. Le Tableau II donne les résultats observés.

Tubes	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Suspension d'hématies (cm3)	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
Sérum de cobaye au 1/20e (cm3).	0,01	0,03	0,05	0,1	0,2	0,3
Eau physiologique (cm ³)	1,49	1,47	1,45	1,4	1,3	1,2
Nombres de minutes nécessaires						
pour l'hémolyse	105	- 68	60	52	40	28

L'injection de protéine visqueuse au cobaye a donc fait apparaître dans son sérum une propriété hémolytique, qui en était absente jusque là.

Ainsi la protéine visqueuse serait le support de la plus grande partie, sinon de la totalité, d'un anticorps, l'hémolysine. Il faut remarquer, en outre, que la méthode indiquée pour l'extraction de la protéine visqueuse laisse intact l'anticorps.

Une Note antérieure de l'un de nous a prouvé que la protéine visqueuse est le support de l'alexine: ainsi l'alexine et l'hémolysine seraient attachées à cette protéine et ceci pourrait expliquer pourquoi, dans l'hémolyse, un excès d'hémolysine peut compenser, dans une certaine mesure, une insuffisance d'alexine ou réciproquement.

BIOPHYSIQUE. — Gélification des constituants sanguins. Note (') de M. W. Ropaczewski, transmise par M. Arsène d'Arsonval.

Nous avons démontré que la gélification du sérum sanguin par divers agents chimiques est due à sa richesse en protides hydrophobes (2). Or le plasma en contient plus que le sérum (fibrinogène); n'oublions pas, non plus, que les globules rouges sont riches en matières protéiques (7 pour 100 environ). Nous avons donc essayé de gélifier ces constituants sanguins.

⁽¹⁾ Séance du 1ºr janvier 1937.

⁽¹⁾ Comptes rendus, 198, 1934, p. 1172.

Technique expérimentale. — Les animaux utilisés (bœufs ou chevaux) n'ont subi ni de saignées, ni de traitements quelconques préalables. La saignée a été effectuée le matin, à jeun. Le sang était rendu non coagulable (7 jours à 5°C.) par addition soit d'oxalate de Na, soit de polyanéthosulfonate de Na en concentrations, respectivement, de 1,5 et 1 pour 1000. Aussitôt après le prélèvement, le sang a été centrifugé (10 minutes à 6000 tours par minute); on séparait ensuite le plasma des globules; chez le bœuf on récoltait 35 pour 100 de globules; chez le cheval 45 pour 100. On ramenait les globules séparés à concentrations correspondant à celle du sang, par addition, soit d'eau bidistillée, soit de NaCl à 9 pour 1000. Les produits ainsi obtenus ont été employés de 2 à 3 heures après.

Résultats. — Voici les résultats concernant le plasma:

Gélification du plasma du sang oxalaté de bœuf à 20° C.

Concentrations		Temps de gélification en min	ites.
moléculaires finales des gélifiants.	Acide lactique.	Acide chlorhydrique.	Soude caustique.
1,25		70	floculation
1,00	. 5		
0,5	35	floculation	140
0,4	85		65
0,3	185	20	25
0,2	600	90	5
0,15		540	25
0,075			60

Si nous ajoutons à ces résultats le fait que les gels obtenus par addition de la soude caustique se liquéfient rapidement, on voit que nous retrouvons sur du plasma tous les faits signalés auparavant par nous sur du sérum-périodicité, réversibilité, doses optimales, etc. (3).

La gélification des globules sanguins présente quelques particularités intéressantes.

Il n'y a pas de différences marquées entre la rapidité de la gélification des globules en suspension dans NaCl à 9,0 pour 1000 et celle des globules laqués par addition de l'eau bidistillée; la libération des protides se fait, dans le premier cas, par l'action lytique des gélifiants. La gélification ne s'observe

^(*) M¹¹⁰ IR. Kopaczewska, W. Kopaczewski et St. Marczewski, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1212 et 1716.

qu'avec une concentration globulaire déterminée : pour les globules de bœuf, l'optimum a été constaté pour la concentration à 20 pour 100; pour les concentrations plus faibles ou plus fortes, même en augmentant la dose de l'acide lactique, la gélification est tardive, partielle, ou même n'aboutit qu'à un stade d'épaississement. Les globules sanguins sont rapidement gélifiés par l'acide lactique à une concentration de ce dernier à peine deux fois plus forte que celle que l'on constate à l'état normal dans le sang :

Gélification des globules du sang oxalaté de bœuf à 20°C.

Concentrations moléculaires finales.	Temps de gélification en minutes.			
	Acide lactique.	Acide chlorhydrique.	Soude caustique.	
0,02		_		
0,08		5	700	
0,16		0,5		
0,32		160	pas de gélification	
0,64		5		
2,00		160		

Comparons la rapidité de la gélification du sérum, additionné soit d'oxalate, soit de polyanéthosulfonate de Na, à la même dose que le plasma avec celle des autres constituants sanguins, chez le même animal (bœuf), par le même agent gélifiant (acide lactique en concentration finale 0,5 M), dans les mêmes conditions expérimentales.

Gélification des constituants sanguins à 20°C.

Globules à 20 pour 100	o,5 (minutes)	-
Plasma oxalaté	60 = 3»	
Sérum oxalaté	200 »	

Remarques générales. — La rapidité de la gélification des divers constituants sanguins varie, dans les mêmes conditions expérimentales, d'une espèce à l'autre, et aussi, mais faiblement, d'un individu de la même espèce à l'autre. Il semble aussi que le plasma ou les globules additionnés de polyanéthosulfonate de Na se gélifient plus lentement que ceux additionnés d'oxalate de Na; du reste, l'addition du premier au sérum provoque une

floculation nette. Enfin chaque constituant réagit à sa manière à l'action de divers gélifiants: la gélification par la soude caustique, en particulier, est réversible et la liquéfaction du gel formé est parfois si rapide que la fixation précise du moment de la prise en masse est difficile.

Conclusions. — 1° Les constituants sanguins, tels que le plasma, les globules et le sérum sont gélifiés par les agents chimiques tels que la soude caustique, l'acide lactique ou chlorhydrique.

2° La gélification la plus rapide, dans les mêmes conditions expérimen-

tales, est celle des globules sanguins.

3° Les globules sanguins en concentration analogue à celle du sang sont gélifiés par l'acide lactique à un taux à peine supérieur à celui que l'on trouve dans le sang à l'état normal.

A 16h35m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17h.

E.P.